



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE MODELOS DINÂMICOS DE**  
**CAMINHAR HUMANO NA RESPOSTA DE ACELERAÇÃO EM PISOS**  
**MISTOS DE AÇO E CONCRETO**

**RAFAEL NUNES DA CUNHA**

São Cristóvão

2021

RAFAEL NUNES DA CUNHA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE MODELOS DINÂMICOS DE  
CAMINHAR HUMANO NA RESPOSTA DE ACELERAÇÃO EM PISOS  
MISTOS DE AÇO E CONCRETO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Higor Sérgio Dantas de Argôlo

São Cristóvão

2021

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

C972a Cunha, Rafael Nunes da  
Análise da influência de modelos dinâmicos de caminhar humano na resposta de aceleração em pisos mistos de aço e concreto / Rafael Nunes da Cunha ; orientador Higor Sérgio Dantas de Argôlo. - São Cristóvão, 2021.  
205 f. ; il.

Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Sergipe, 2021.

1. Engenharia civil. 2. Pisos de concreto. 3. Aço - Estruturas. 4. Vibração do concreto. I. Argôlo, Higor Sérgio Dantas de Orient. II. Título.

CDU 625

**Dedico este trabalho aos meus pais,  
Maria José e Mauro, por se  
esforçarem para sempre me  
proporcionarem a melhor educação  
possível.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por me guiar ao longo de toda minha vida, me dando forças para vencer os desafios.

Aos meus pais, Maria José e Mauro, que sempre trabalharam duro para conseguir dar a melhor educação possível para mim e meus irmãos.

Aos meus irmão, Fábio e Rafaela, que estiveram juntos comigo, compartilhando risadas e ajudando a esquecer parte dos problemas.

A minha prima Elaine, que sempre me apoiou em minhas decisões, aturou minhas reclamações e me ajudou o máximo possível com tudo.

A Lúcio, por me acompanhar e apoiar desde minha graduação, além de tornar a quarentena mais divertida e leve, garantindo bons momentos de descontração.

A Alan, Daniel, Danilo, David, Leonardo e Ludmilson, por me acolherem no Lamec, tornando-o meu segundo lar. Sempre deixando o Lamec divertido e acolhedor, onde nunca faltaram bons cafés, risadas, conselhos, ideias e artigos para serem produzidos.

Ao meu orientador Higor Sérgio, por sempre me dar todo o suporte e transmitir seus conhecimentos e experiência ao longo do desenvolvimento deste trabalho e de toda minha vida acadêmica.

A todos os professores e secretárias do PROEC, que me ajudaram ao longo desses dois anos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por ter financiado esta pesquisa.

***“E aqueles que foram vistos dançando  
foram julgados insanos por aqueles que  
não podiam escutar a música.”***

Friedrich Nietzsche

## RESUMO

A arquitetura moderna tem requisitado o uso de estruturas sem partições, com a possibilidade do uso de elementos de vedação mais leves e de fácil adaptação a novos *layouts*. Além disso, a velocidade de construção é um fator importante na escolha da solução estrutural adotada, principalmente para ambientes com finalidade comercial. Neste cenário destacam-se as estruturas mistas de aço e concreto. No entanto, estes aspectos reduzem a rigidez global da estrutura, levando a um decréscimo da sua frequência fundamental, que se aproxima das frequências mais comuns das atividades de caminhar, acarretando em problemas relacionados a vibração excessiva. Portanto, a fim de evitar estes tipos de problemas é imprescindível a verificação da estrutura considerando estas situações, seja através de métodos simplificados, seja através de métodos numéricos refinados, como o Método dos Elementos Finitos. Em vista dos fatos mencionados, o presente trabalho analisou diferentes modelos de carregamento dinâmico que representem atividades de caminhar humano, aplicando-os em pisos mistos de aço e concreto que foram previamente ensaiados experimentalmente, obtidos na literatura técnica, os quais foram modelados numericamente no *software* Ansys. Para a execução do trabalho foram selecionados 10 modelos de carregamento dinâmico e 4 pisos, sendo 2 classificados como de baixa frequência fundamental e 2 de alta. Ao total foram executadas 130 simulações, obtendo 220 históricos de aceleração ao longo do tempo. Com base nos históricos foi determinado quais modelos dinâmicos melhor representam o caminhar humano para diferentes situações. Foram avaliadas questões como posição da medição (no trajeto da caminhada ou em regiões vizinhas), intervalo de integração nas análises transientes, pós-processamento dos resultados de aceleração, remoção de picos considerados fora de série (*outliers*), entre outras. Todas as comparações foram realizadas em termos de aceleração de pico e *rms*, onde foi verificada a qualidade de cada modelo para estes critérios. Concluiu-se que os modelos biodinâmicos apresentam melhor qualidade que os demais modelos em análises de aceleração de pico. No entanto, para análises relativas à aceleração *rms*, o modelo de impacto do calcanhar e o modelo de passo único destacaram-se. Além disso, foram definidos critérios para a remoção dos *outliers*, com base nos resultados obtidos neste trabalho. Com relação aos métodos simplificados, observou-se que o método da norma brasileira não foi preciso em muitas simulações, com melhores resultados apenas para pisos rígidos. Quanto ao método das normas americana e europeia, estes proporcionaram melhores resultados em pisos de baixa frequência fundamental, quanto a citada frequência, porém, para análises relativas à aceleração, estes métodos levaram a valores abaixo aos de referência.

**Palavras-chave:** Pisos mistos de aço e concreto; Caminhar humano; Vibrações excessivas; Modelos matemáticos; Método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

Modern architecture has required the use of structures without partitions, with the possibility of using lighter sealing elements that are easy to adapt to new layouts. In addition, the speed of construction is an important factor in choosing the structural conception, especially for spaces with commercial purposes. In this scenario, composite steel and concrete structures stand out. However, these aspects reduce the global stiffness of the structure, leading to a decrease in its fundamental frequency, which approach the most common frequencies of walking activities, resulting in problems related to excessive vibration. Therefore, in order to avoid excessive vibration problems, it is essential to verify the structure considering the most commons dynamic loads, either through simplified methods, or through refined numerical methods, such as the Finite Element Method. In the light of the foregoing, the present paper analysed different dynamic loading models that represent human walking activities, applying them in composite steel and concrete floors that were previously experimentally tested, obtained in the technical literature, which were modelled numerically in the software Ansys. For the execution of the work, 10 dynamic loading models and 4 floors were selected, 2 classified as low fundamental frequency and 2 as high. In total, 130 simulations were performed, obtaining 220 acceleration histories over time. Based on the historical data, it was determined which dynamic model best represent human walking for different situations. Issues such as measurement position (on the walk path or in nearby regions), integration pace in transient analyses, post-processing of acceleration results, removal of peaks considered as outliers, among others, were evaluated. All comparisons were made in terms of peak acceleration and rms acceleration, where the quality of each model was verified for these criteria. It was concluded that the biodynamic models have better quality than the other models in peak acceleration analysis. However, for analyses related to rms acceleration, the heel impact model and the single step model stood out. In addition, criteria were defined for the removal of outliers, based on the results obtained in this paper. Regarding the simplified methods, it was observed that the Brazilian standard method was not accurate in many simulations, with better results only for rigid structures. As for the American and European standards method, these provided better results on low fundamental frequency floors, as for the aforementioned frequency, however, for analyses related to acceleration, these methods led to values below those of reference.

**Keywords:** Composite steel and concrete structures; Human walking; Excessive vibrations; Mathematical models; Finite element method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Acelerações para estruturas com diferentes massas.....	2
Figura 2 – Medidas de redução da vibração em pisos .....	3
Figura 3 – Atenuadores dinâmicos sincronizados .....	4
Figura 4 – Atenuador dinâmico sincronizado (a) e múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados (MADS) instalados em estrutura de acesso ao Píer (b) .....	5
Figura 5 – Uso do MVE em pisos mistos (a) distorção do núcleo viscoelástico (b).....	5
Figura 6 – Tolerância humana à vibração .....	10
Figura 7 – Eixos baricêntricos do corpo humano .....	12
Figura 8 – Plataforma instrumentada .....	13
Figura 9 – Fatores de carregamento dinâmico.....	14
Figura 10 – Perfil da passarela (a) e sua seção transversal (b) .....	15
Figura 11 – Resultado experimental do caminhar humano .....	16
Figura 12 – Deslocamento, velocidade e aceleração ao longo do tempo, medidos no centro de gravidade do voluntário, na direção lateral, vertical e frontal. ....	17
Figura 13 – Força ao longo do tempo de quatro pessoas.....	18
Figura 14 – Fator de amplificação dinâmica do carregamento .....	19
Figura 15 – Vista paralela às nervuras.....	22
Figura 16 – Vista perpendicular às nervuras (a) e modelo simplificado para cálculos (b) .....	23
Figura 17 – Arranjos das vigas na laje .....	27
Figura 18 – Variáveis para o cálculo da massa modal efetiva.....	29
Figura 19 – Cálculo do fator de modo de vibração .....	30
Figura 20 – Fator ponderador para percepção humana. ....	31
Figura 21 – Limites de aceleração recomendados pela AISC. ....	34
Figura 22 – Curva base para as direções X e Y.....	37

Figura 23 – Curva base para a direção Z .....	38
Figura 24 – Curva base para a combinação das direções X, Y e Z .....	38
Figura 25 – Carregamento dinâmico aplicado (a) em um único ponto e (b) distribuído no trajeto da caminhada .....	41
Figura 26 – Força típica aplicada por uma pessoa caminhando em um piso rígido.....	47
Figura 27 – Comparação de uma série de Fourier com a resposta do piso (a) e comparação do modelo proposto com a resposta do piso (b) .....	48
Figura 28 – Variação temporal e espacial proposta por Varela e Battista (2009) .....	50
Figura 29 – Comparação do modelo proposto para um único pé (a) e para uma caminhada contínua (b).....	52
Figura 30 – Amplitude do espectro de Fourier.....	54
Figura 31 – Sistema com um grau de liberdade (a) e sistema com múltiplos graus de liberdade (b) .....	57
Figura 32 – Sistema com múltiplos graus de liberdade.....	58
Figura 33 – Sistema com múltiplos graus de liberdade.....	59
Figura 34 – Relação entre a taxa de amortecimento e a frequência da estrutura .....	64
Figura 35 – Resposta de vibração para piso com baixa frequência fundamental.....	66
Figura 36 – Resposta de vibração para piso com alta frequência fundamental.....	67
Figura 37 – Acelerômetros utilizados em análises experimentais.....	68
Figura 38 – Ensaio de impacto de calcanhar .....	68
Figura 39 – Excitador dinâmico .....	69
Figura 40 – Espécime de laboratório com piso elevado .....	72
Figura 41 – Variação da força ao longo do tempo: série de Fourier .....	80
Figura 42 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Varela e Battista (2009) .....	81
Figura 43 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Toso et al. (2016) .....	82
Figura 44 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Varela, Pfeil e Costa (2020)...	83

Figura 45 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Li et al. (2010).....	84
Figura 46 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Zivanovic e Pavic (2007) .....	85
Figura 47 – Variação temporal da força para os modelos utilizados.....	85
Figura 48 – Piso moldado (a) e suas dimensões e arranjo dos perfis (b) .....	87
Figura 49 – Dimensões e perfis do piso .....	88
Figura 50 – Vista e corte da estrutura.....	88
Figura 51 – Posicionamento dos acelerômetros .....	89
Figura 52 – Disposição dos cômodos com dimensões (a) e arranjo dos perfis (b) .....	90
Figura 53 – Elemento SHELL181 .....	91
Figura 54 – Seção transversal equivalente .....	92
Figura 55 – Elemento BEAM188.....	93
Figura 56 – Elemento COMBIN39 .....	94
Figura 57 – Posição inicial da modelagem (a) e posição com deslocamento (b).....	95
Figura 58 – Elemento COMBIN14 .....	96
Figura 59 – Exemplo de descarte de pontos em piso de baixa frequência fundamental .....	98
Figura 60 – Perturbação em pisos de alta frequência fundamental .....	99
Figura 61 – Exemplo de descarte de pontos em piso de alta frequência fundamental .....	99
Figura 62 – Piso modelo (a) e primeiro modo de vibração (b).....	100
Figura 63 – Primeiro modo de vibração do modelo .....	100
Figura 64 – 1º modo de vibração do Piso 1 .....	106
Figura 65 – 1º modo de vibração do Piso 1, obtido numericamente .....	106
Figura 66 – Resultado das acelerações com o caminhar paralelo (a) e perpendicular às nervuras (b) .....	107
Figura 67 – Deslocamentos verticais do Piso 1 .....	111
Figura 68 – 1º modo de vibração do Piso 2, obtido numericamente .....	113

Figura 69 – Deslocamentos verticais do Piso 2 .....	118
Figura 70 – 1º Modo de vibração – Sala 403: sem as paredes .....	120
Figura 71 – 1º modo de vibração – Sala 403: com as paredes .....	121
Figura 72 – Deslocamentos verticais da sala 403 .....	125
Figura 73 – Deslocamentos verticais da sala 405 .....	130
Figura 74 – Resultados do Piso 1: direção paralela às nervuras .....	145
Figura 75 – Resultados do Piso 1: direção perpendicular às nervuras .....	146
Figura 76 – Resultados do Piso 2: ponto 1 .....	148
Figura 77 – Resultados do Piso 2: ponto 2 .....	150
Figura 78 – Resultados do Piso 2: ponto 3 .....	151
Figura 79 – Resultados do Piso 2: ponto 4 .....	153
Figura 80 – Resultados do Piso 2: ponto 5 .....	155
Figura 81 – Resultados do Piso 2: ponto 6 .....	156
Figura 82 – Resultados do Piso 2: ponto 7 .....	158
Figura 83 – Resultados do Piso 2: ponto 8 .....	160
Figura 84 – Resultados do Piso 2: ponto 9 .....	161
Figura 85 – Resultados do Piso 2: ponto 10 .....	163
Figura 86 – Resultados da Sala 403: $f_s = 1,50$ Hz .....	165
Figura 87 – Resultados da Sala 403: $f_s = 1,67$ Hz .....	166
Figura 88 – Resultados da Sala 403: $f_s = 1,83$ Hz .....	168
Figura 89 – Resultados da Sala 403: $f_s = 2,00$ Hz .....	170
Figura 90 – Resultados da Sala 403: $f_s = 2,17$ Hz .....	171
Figura 91 – Resultados da Sala 405: $f_s = 1,67$ Hz .....	173
Figura 92 – Resultados da Sala 405: $f_s = 1,83$ Hz .....	175
Figura 93 – Resultados da Sala 405: $f_s = 2,00$ Hz .....	176

Figura 94 – Resultados da Sala 405: $f_s = 2,08$ Hz .....	178
Figura 95 – Resultados da Sala 405: $f_s = 2,17$ Hz .....	180

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Taxas de amortecimento .....	26
Tabela 2 – Harmônico coincidente com a frequência fundamental .....	26
Tabela 3 – Fatores de ponderação para largura efetiva do piso.....	28
Tabela 4 – Taxas de amortecimento .....	31
Tabela 5 – Frequências críticas .....	32
Tabela 6 – Critérios de aceitabilidade dos pisos.....	35
Tabela 7 – Correlação entre $a_p$ e $a_{rms}$ .....	36
Tabela 8 – Fatores multiplicadores para cálculo da aceleração $rms$ .....	39
Tabela 9 – Dados dos quatro primeiros harmônicos .....	42
Tabela 10 – Coeficientes dinâmicos ( $DLF_i$ ).....	55
Tabela 11 – Coeficientes para harmônicos do modelo probabilístico.....	56
Tabela 12 – Coeficientes para subharmônicos do modelo probabilístico .....	56
Tabela 13 – Parâmetros biodinâmicos do corpo humano.....	59
Tabela 14 – Resultados obtidos pela rede neural artificial.....	61
Tabela 15 – Parâmetros do caminhar humano.....	79
Tabela 16 – Resultados para o piso modelo .....	101
Tabela 17 – Ações Permanentes.....	102
Tabela 18 – Ações permanentes .....	103
Tabela 19 – Ações Variáveis e coeficientes de ponderação.....	103
Tabela 20 – Resultados com todos os dados para o piso 1 – Direção paralela .....	108
Tabela 21 – Resultados sem pontos extremos para o piso 1 – Direção paralela .....	109
Tabela 22 – Resultados com pontos extremos para o piso 1 – Direção perpendicular .....	110
Tabela 23 – Resultados sem pontos extremos para o piso 1 – Direção perpendicular.....	110
Tabela 24 – Resultados pelos métodos simplificados – Piso 1 .....	111

Tabela 25 – Acelerações de pico experimentais.....	113
Tabela 26 – Resultados para o Piso 2: ponto 1.....	114
Tabela 27 – Resultados para o Piso 2: ponto 2.....	114
Tabela 28 – Resultados para o Piso 2: ponto 3.....	115
Tabela 29 – Resultados para o Piso 2: ponto 4.....	115
Tabela 30 – Resultados para o Piso 2: ponto 5.....	115
Tabela 31 – Resultados para o Piso 2: ponto 6.....	116
Tabela 32 – Resultados para o Piso 2: ponto 7.....	116
Tabela 33 – Resultados para o Piso 2: ponto 8.....	116
Tabela 34 – Resultados para o Piso 2: ponto 9.....	117
Tabela 35 – Resultados para o Piso 2: ponto 10.....	117
Tabela 36 – Resultados pelos métodos simplificados – Piso 2 .....	119
Tabela 37 – Resultado médio de aceleração medido na sala 403.....	122
Tabela 38 – Resultados para a sala 403 – $f_s = 1,50$ Hz.....	123
Tabela 39 – Resultados para a sala 403 – $f_s = 1,67$ Hz.....	123
Tabela 40 – Resultados para a sala 403 – $f_s = 1,83$ Hz.....	123
Tabela 41 – Resultados para a sala 403 – $f_s = 2,00$ Hz.....	124
Tabela 42 – Resultados para a sala 403 – $f_s = 2,17$ Hz.....	124
Tabela 43 – Resultados pelos métodos simplificados – Sala 403 .....	126
Tabela 44 – Resultado médio de aceleração medido na sala 405.....	127
Tabela 45 – Resultados para a sala 405 – $f_s = 1,67$ Hz.....	128
Tabela 46 – Resultados para a sala 405 – $f_s = 1,83$ Hz.....	128
Tabela 47 – Resultados para a sala 405 – $f_s = 2,00$ Hz.....	128
Tabela 48 – Resultados para a sala 405 – $f_s = 2,08$ Hz.....	129
Tabela 49 – Resultados para a sala 405 – $f_s = 2,17$ Hz.....	129

Tabela 50 – Resultados pelos métodos simplificados – Sala 405 .....	131
Tabela 51 – Número de picos removidos por nó (VM).....	132



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas;
ADS	Atenuador dinâmico sincronizado;
AISC	American Institute of Steel Construction;
ANSI	American National Standards Institute;
ASCE	American Society of Civil Engineers;
BioT	Modelo Biodinâmico de Toso et al. (2016);
BioV	Modelo Biodinâmico de Varela, Pfeil e Costa (2020);
BS	British standard;
DLF	Coefficiente dinâmico;
F3D	Série de Fourier com 3 harmônicos aplicada ao longo do trajeto de caminhada;
F3D	Série de Fourier com 4 harmônicos aplicada ao longo do trajeto de caminhada;
F3S	Série de Fourier com 3 harmônicos aplicada em um ponto;
F3S	Série de Fourier com 4 harmônicos aplicada em um ponto;
FFT	Transformada Rápida de Fourier;
FRF	Frequency response function;
ISO	International organization for Standardization;
MADS	Múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
MVE	Material viscoelástico;
NBR	Norma Brasileira;
PM	Coefficiente de modificação das propriedades;
Prob	Modelo Probabilístico de Zivanovic e Pavic (2007);
PU	Modelo de Passo Único de Li et al. (2010);

PVC	Policloreto de vinila;
<i>rms</i>	Root mean square;
SCI	Steel Construction Institute;
VB1.12	Modelo de Varela e Battista (2009), com impacto do calcanhar igual a 1,12;
VB1.25	Modelo de Varela e Battista (2009), com impacto do calcanhar igual a 1,25.

## LISTA DE SIMBOLOS

$\rho$	Coeficiente de ressonância;
$[c]$	Matriz de amortecimento;
$[k]$	Matriz de rigidez;
$[m]$	Matriz de massa;
$A$	Área da seção transversal;
$a_0$ e $a_1$	Coeficiente de proporcionalidade da matriz de massa e rigidez, respectivamente;
$a_p$	Aceleração de pico relativa à aceleração da gravidade;
$a_{rms}$	Aceleração <i>rms</i> ;
$a_w$	Valores do histórico de aceleração;
$b$	Espaçamento entre vigas secundárias;
$B_g$	Comprimento efetivo da viga principal;
$B_{gmax}$	Valor limite do comprimento efetivo da viga principal;
$B_j$	Comprimento efetivo da viga secundária;
$B_{jmax}$	Valor máximo para o comprimento efetivo da viga secundária;
$C_1$ e $C_2$	Coeficientes para modelo de impacto do calcanhar;
$C_g$	Constante para o cálculo do comprimento efetivo da viga principal;
$C_{ge}$	Centro de gravidade da seção equivalente;
$C_j$	Constante para o cálculo do comprimento efetivo da viga secundária;
$C_p$	Comprimento de passo;
$d$	Dimensão da malha de elementos finitos;
$D_g$	Constante para o cálculo do comprimento efetivo da viga principal;
$D_j$	Constante para o cálculo do comprimento efetivo da viga secundária;
$D_s$	Constante para o cálculo do comprimento efetivo das vigas;

$E_a$	Módulo de elasticidade longitudinal do aço;
$E_{c, \text{din}}$	Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico do concreto;
$f$	Frequência;
$F$	Peso estático distribuído no piso;
$F(t)$	Carregamento no domínio do tempo;
$F_{\text{crit}}$	Frequência crítica da estrutura;
$F_{\text{gi}}$	Ação permanente;
$f_j$	Coefficiente de frequência entre o valor da frequência de análise e a frequência de passo;
$F_m$	Máximo valor da série de Fourier;
$f_{\text{mi}}$	Fator de majoração devido ao impacto do calcanhar;
$f_n$	Frequência fundamental da estrutura;
$F_{\text{qj}}$	Ação variável;
$f_s$	Frequência de passo;
$g$	Aceleração da gravidade;
$h$	Número do harmônico que coincide com a frequência fundamental do piso;
$h_e$	Altura de concreto acima da nervura acrescido da metade da altura da nervura da fôrma <i>steel deck</i> ;
$h_m$	Altura efetiva resistente da seção, igual à espessura maciça da laje;
$h_n$	Espessura da nervura da <i>steel deck</i> ;
$h_s$	Altura do perfil metálico;
$i$	Harmônico;
$I$	Momento de inércia da seção transversal;
$I_{\text{ef,p}}$ e $I_p$	Momento de inércia da seção resistente de aço e concreto para viga principal;
$I_{\text{ef,s}}$ e $I_b$	Momento de inércia da seção resistente de aço e concreto para viga secundária;
$I_s$	Momento de inércia da laje de concreto homogeneizada por unidade de largura;

$L_c$	Distância percorrida na caminhada;
$L_{ef,p}$ e $L_{ef,s}$	Largura efetiva de concreto para a viga principal e para a viga secundária, respectivamente;
$L_{eq,p}$ e $L_{eq,s}$	Largura efetiva do piso na direção da viga principal e da viga secundária, respectivamente;
$L_i$	Comprimento de influência para remoção de pontos;
$L_p$ e $L_s$	Comprimento da viga principal e secundária, respectivamente;
$M$	Massa do corpo humano;
$m$ , $k$ e $c$	Parâmetros biodinâmicos do corpo humano de massa, rigidez e amortecimento, respectivamente;
$m_f$	Massa distribuída no piso;
$M_m$	Massa modal efetiva;
$n$	Coefficiente de homogeneização;
$NP_n$	Número de pontos removidos da análise;
$n_y$ e $n_x$	Número de lajes na direção da viga principal e secundária, respectivamente;
$P$ e $Q$	Peso estático de uma pessoa;
$P_0$	Amplitude da força motriz para atividade de caminhar;
$Q_1$ e $Q_3$	Primeiro e terceiro quartis da amostra, respectivamente;
$R$	Fator de redução que considera que o ocupante não está localizado no ponto de maior resposta dinâmica do piso;
$T$	Duração do ensaio analisada;
$t$	Variável tempo;
$T_c$	Tempo de contato da carga em um nó;
$T_p$	Tempo de passo;
$T_t$	Tempo total da análise;
$V$	Velocidade da caminhada;

VM	Número médio de pontos removidos por nó;
W	Carga equivalente do piso;
$W_f$	Fator de percepção humana quanto à vibração;
$W_g$	Peso do painel referente a viga principal;
$W_j$	Peso do painel referente a viga secundária;
$w_n$ e $w_m$	Frequências naturais da estrutura;
$w_p$	Carga distribuída na viga principal;
$w_s$	Carga distribuída na viga secundária;
X, Y, Z	Eixos cartesianos principais;
z	Distância entre o ponto de análise e a viga mais próxima;
$\alpha_i$ e $A_i$	Coefficientes dinâmicos;
$\delta_{vp}$ e $\delta_{vs}$	Flecha máxima da viga principal e secundária, respectivamente;
$\eta$	Fator de consideração da frequência fundamental;
$\mu$	Fator de modo de vibração;
$\xi$	Taxa de amortecimento da estrutura;
$\tau_1$	Tempo de sobreposição entre passos consecutivos;
$\varphi_i$	Ângulo de fase;
$\varphi_n$ e $\varphi_n^T$	Vetor da forma modal da estrutura e sua transposta, respectivamente;
$\Psi$	Coefficientes de redução das cargas variáveis.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>I</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>VI</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE SIMBOLOS .....</b>	<b>XI</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS.....</b>	<b>9</b>
2.1 Objetivo geral .....	9
2.2 Objetivos específicos.....	9
<b>3 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>10</b>
3.1 Histórico de estudos.....	10
3.2 Caminhar humano .....	16
3.3 Modelos simplificados .....	20
3.3.1 American Institute of Steel Construction (ANSI/AISC 360-16).....	20
3.3.2 Steel Construction Institute (SCI P354) .....	26
3.3.3 Normas técnicas brasileiras .....	32
3.4 Critérios de conforto quanto a vibração para humanos.....	33
3.4.1 Aceleração de pico relativa à gravidade.....	34
3.4.2 Frequência fundamental ou deslocamento vertical.....	35
3.4.3 Aceleração da raiz do quadrado médio .....	36
3.5 Modelos de carregamentos dinâmicos.....	40
3.5.1 Série de Fourier.....	41
3.5.2 Modelo de uma componente harmônica.....	44
3.5.3 Função Resposta de Frequência (FRF) .....	45
3.5.4 Modelo de Varela e Battista (2009) .....	46
3.5.5 Modelo de força aplicada por um único pé (LI et al. 2010) .....	51
3.5.6 Modelo probabilístico (ZIVANOVIC e PAVIC, 2007) .....	53
3.5.7 Modelos Biodinâmicos .....	57
3.6 Amortecimento estrutural .....	63
3.7 Classificação dos sistemas estruturais quanto a frequência fundamental .....	65

<b>3.8 Ensaios experimentais em pisos mistos .....</b>	<b>67</b>
<b>3.9 Análises numéricas .....</b>	<b>73</b>
<b>4 MATERIAL E MÉTODO.....</b>	<b>78</b>
<b>4.1 Modelos de carregamento dinâmico .....</b>	<b>78</b>
4.1.1 <i>Série de Fourier.....</i>	79
4.1.2 <i>Modelo de Varela e Battista (2009) .....</i>	81
4.1.3 <i>Modelo biodinâmico de Toso et al. (2016).....</i>	82
4.1.4 <i>Modelo biodinâmico de Varela, Pfeil e Costa. (2020).....</i>	83
4.1.5 <i>Modelo de passo único (LI et al. 2010).....</i>	83
4.1.6 <i>Modelo Probabilístico (ZIVANOVIC; PAVIC, 2007) .....</i>	84
4.1.7 <i>Comparação dos modelos .....</i>	85
<b>4.2 Pisos modelados .....</b>	<b>86</b>
4.2.1 <i>Baixa frequência fundamental.....</i>	86
4.2.2 <i>Alta frequência fundamental .....</i>	89
<b>4.3 Modelo numérico pelo MEF .....</b>	<b>90</b>
4.3.1 <i>Lajes .....</i>	91
4.3.2 <i>Vigas.....</i>	92
4.3.3 <i>Pilares.....</i>	95
4.3.4 <i>Elementos não estruturais .....</i>	95
4.3.5 <i>Malha.....</i>	96
<b>4.4 Validação dos modelos estruturais .....</b>	<b>96</b>
<b>4.5 Análise transiente .....</b>	<b>96</b>
<b>4.6 Verificação da metodologia .....</b>	<b>99</b>
<b>4.7 Ações estáticas.....</b>	<b>101</b>
4.7.1 <i>American Institute of Steel Construction (ANSI/AISC 360-16).....</i>	101
4.7.2 <i>Steel Construction Institute (SCI P354) .....</i>	102
4.7.3 <i>NBR 8800:2008 .....</i>	103
<b>5 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>105</b>
<b>5.1 Baixa frequência fundamental .....</b>	<b>106</b>
5.1.1 <i>Piso moldado em laboratório com grandes dimensões (DAVIS, 2008).....</i>	106



5.1.2	<i>Piso moldado em laboratório com e sem piso elevado (FAHMY; SIDKY, 2012).....</i>	<i>112</i>
<b>5.2</b>	<b>Alta frequência fundamental.....</b>	<b>120</b>
5.2.1	<i>Sala de aula 403 (LIU, 2015).....</i>	<i>120</i>
5.2.2	<i>Sala de aula 405 (LIU, 2015).....</i>	<i>126</i>
<b>5.3</b>	<b>Critérios adotados neste trabalho para as análises .....</b>	<b>131</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>133</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>137</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>145</b>
	<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>165</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As vibrações provocadas por atividades dinâmicas se tornaram um problema recorrente em estruturas nas últimas décadas graças a viabilidade de construções com maiores vãos e menores rigidezes. Isto se deve ao aumento do número de pesquisas voltadas ao desenvolvimento de materiais que apresentem maiores resistências (aços de alta resistência e concreto de alto desempenho), ao desenvolvimento de métodos de cálculo mais precisos (processos de otimização), além da melhoria na capacidade de processamento dos computadores.

As novas tendências arquitetônicas têm requisitado estruturas mais esbeltas e sem paredes, a fim de possibilitar uma maior flexibilidade na utilização do ambiente com o uso de estruturas de vedação leves, como divisórias de gesso acartonado ou de policloreto de vinila (PVC). Além disso, estruturas de caráter comercial exigem redução no tempo de execução das obras, necessitando de concepções estruturais que assim as permitam (GONÇALVES; PAVIC; PIMENTEL, 2019; MUHAMMAD, et al., 2018).

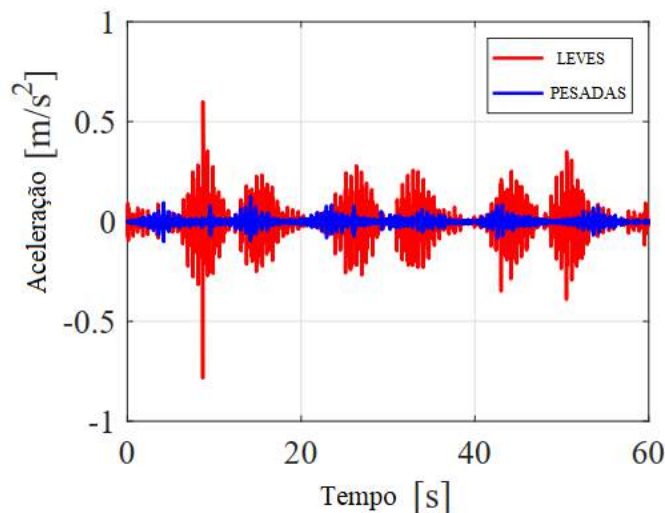
Um dos principais fatores para a industrialização e, portanto, aumento da velocidade de execução de obras na construção civil foi o incremento do uso de elementos estruturais moldados fora do canteiro, como o caso de elementos de concreto pré-moldado ou de peças metálicas. Em especial, estas últimas permitem que as construções apresentem maiores vãos livres, com menores massas e alta velocidade de execução.

O uso conjunto de elementos de aço estrutural com elementos de concreto armado possibilita um alto aproveitamento das propriedades de ambos os materiais. Enquanto o aço possui alta resistência à tração, mesmo com peças esbeltas, o concreto apresenta robustez e alta resistência à compressão. Desta forma, o emprego de estruturas mistas de aço e concreto tem se tornado uma solução viável para as necessidades das construções, garantindo uma maior liberdade arquitetônica, redução dos custos da obra e do peso total da estrutura. No entanto, para este tipo de estrutura, ocorre a redução da seção transversal dos elementos estruturais e, portanto, acarreta a redução da rigidez global.

Assim, com a redução da rigidez, as estruturas acabam se tornando mais suscetíveis a ações dinâmicas, em especial, a problemas de vibração. Isto se deve, pois, as frequências naturais reduzidas, fato que pode provocar o aumento da aceleração de pico, em comparação com estruturas mais robustas, como pode ser observado na Figura 1. Este problema ocorre porque a frequência fundamental de estruturas mistas de aço e

concreto, em geral, está próxima das frequências de excitação mais comuns, como as obtidas em atividades humanas em pisos (LOPES; SILVA; ANDRADE, 2014).

Figura 1 – Acelerações para estruturas com diferentes massas



Fonte: Adaptado de Knudsen, Grathwol e Hansen (2017)

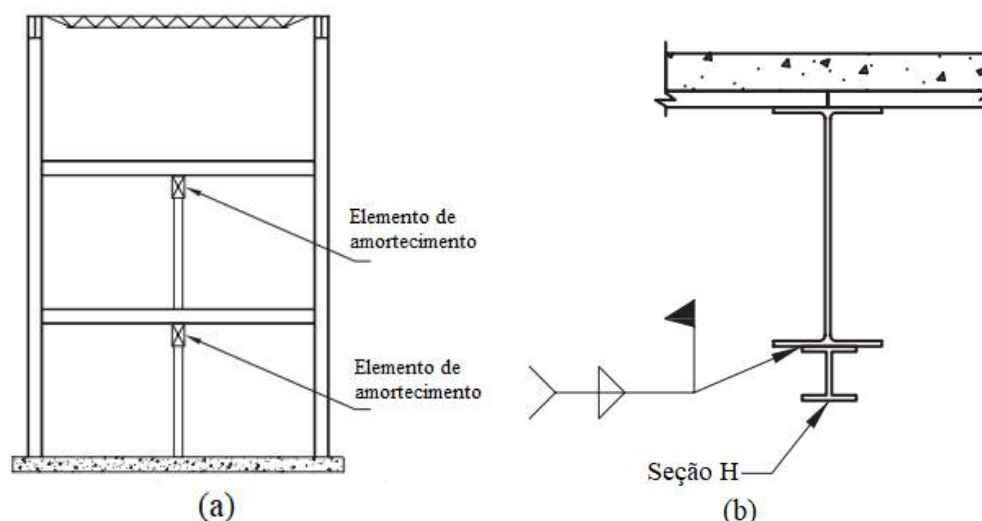
Certos níveis de vibração na estrutura podem causar desconforto aos usuários dos ambientes ou até mesmo danos à construção. Segundo Souza et al. (2003), para grandes amplitudes de oscilação, em faixas de frequência entre 2 Hz e 20 Hz, alguns órgãos do corpo humano podem entrar em ressonância, causando sensações de desconforto, diminuindo a capacidade de desenvolver atividades mecânicas e até provocando lesões. Além disso, segundo Souza et al. (2003), Knudsen, Grathwol e Hansen (2019) e Varela e Battista (2009), este nível de desconforto varia de pessoa para pessoa devido aos diferentes níveis de percepção, de níveis de aceitabilidade ou de atividade que está sendo realizada.

Além de problemas relacionados ao conforto humano, as atividades humanas também podem provocar falhas estruturais. No ano de 1850, na cidade de Angers, na França, uma ponte suspensa de 102 metros de comprimento veio ao colapso. Este fato ocorreu enquanto um batalhão de soldados franceses estava em marcha sobre a ponte, o que causou a morte de mais de 200 destes (THE GUARDIAN, 2012). Caso de quase falha estrutural foi a ponte do Milénio, localizada na cidade de Londres, que cruza o rio Tâmesa, na Inglaterra, a qual possui estrutura totalmente metálica e vão de 345 metros. No dia de

sua abertura, devido ao grande fluxo de pessoas em trânsito, esta ponte sofreu altos níveis de vibração que provocou movimentos oscilatórios horizontais de aproximadamente 70 milímetros no centro de seu vão (BBC NEWS, 2000; DALLARD et al., 2001). A ponte precisou ser fechada para reparos sendo reaberta após dois anos de reformas.

Com base nestes problemas, a busca por determinar métodos para reduzir a vibração em estruturas é necessária. Murray et al. (2016) apresentaram alguns procedimentos com o intuito de corrigir os problemas de vibração excessiva para pisos mistos. Como medida paliativa, estes autores sugerem a realocação das atividades para regiões mais rígidas da estrutura ou reduzir a intensidade ou quantidade das ações. Uma forma de reduzir a transmissão da vibração envolve a etapa de projeto, onde deve-se evitar a utilização de perfis idênticos ou com espaçamento regular. No entanto as vibrações excessivas podem ser observadas apenas na etapa de pós ocupação, cujas ações de manutenção provocam incômodo aos ocupantes e são relativamente mais onerosas. Destacam-se como métodos de correção o aumento do amortecimento da estrutura (Figura 2a) ou o aumento da sua rigidez através do reforço dos perfis aço existentes (Figura 2b).

Figura 2 – Medidas de redução da vibração em pisos



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Além destas estratégias, podem ser utilizados sistemas de controles passivos, como por exemplo, atenuadores dinâmicos sincronizados (ADS), compostos por um

sistema mecânico massa-mola-amortecedor, que tem como princípio a oscilação em frequências próximas a da estrutura, mas em oposição de fase. As principais vantagens do uso de ADS deve-se por apresentarem baixos custos de manutenção e eficiência satisfatória, além de possibilitar a instalação sem interromper as atividades da estrutura, não interferindo na arquitetura do ambiente (escondidos dentro do forro). Os ADS podem ser encontrados em diferentes formatos, como mostrado na Figura 3 (VARELA; BATTISTA, 2011).

Figura 3 – Atenuadores dinâmicos sincronizados



Fonte: Varella (2004)

Santos (2007) analisou o comportamento de uma ponte de concreto armado sujeita ao tráfego de veículos de carga com uso de múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados (Figura 4). A considerável redução das amplitudes de vibração para os modos dominantes foi notada, no entanto, para estruturas com mais de um modo de vibração dominante, fez-se necessário a adoção de múltiplos atenuadores.

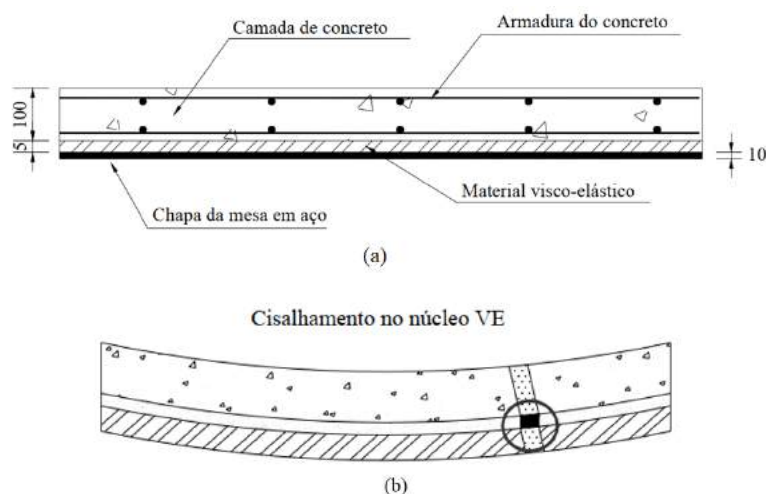
Figura 4 – Atenuador dinâmico sincronizado (a) e múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados (MADS) instalados em estrutura de acesso ao Píer (b)



Fonte: Santos (2007)

Além disso, Santos (2007) analisou a eficiência do uso de materiais viscoelásticos (MVE) em contato direto com os elementos estruturais (Figura 5a) em um protótipo da ponte Rio-Niterói. O uso destes materiais tem como objetivo reduzir a transferência de esforços para estrutura a partir da distorção do núcleo viscoelástico (Figura 5b). Santos (2007) concluiu que o uso deste material reduziu os deslocamentos verticais do piso, o que acarretaria em um aumento da vida útil da estrutura graças a redução dos efeitos de fadiga.

Figura 5 – Uso do MVE em pisos mistos (a) distorção do núcleo viscoelástico (b)



Fonte: Santos (2007)

Hanagan e Chatteraj (2006) realizaram um estudo experimental em estruturas mistas de aço e concreto considerando três diferentes concepções estruturais: um piso formado por treliças metálicas e laje de concreto e dois pisos formados por perfis metálicos e laje de concreto, em que no primeiro foi garantida uma interação entre as vigas e a laje, enquanto que no segundo não foi garantida essa interação. Estes pisos foram analisados quanto a critérios de aceitabilidade a vibração, devido a pessoas caminhando. Hanagan e Chatteraj (2006) concluíram que a primeira concepção estrutural não foi considerada aceitável de acordo com o critério de aceleração de pico estabelecida por Murray, Allen e Ungar (1997). Estes mesmos autores realizaram as devidas medidas corretivas, com modificação na altura das treliças e na espessura da laje de concreto, de modo a atender ao critério de vibração previamente analisado. Estes autores concluíram que as medidas corretivas acarretaram em um aumento no custo de aproximadamente 20% em relação ao custo inicial.

Portanto, além das verificações relativas à condição última da estrutura, é imprescindível examinar as frequências naturais e seus níveis de vibração quando sujeitas as ações dinâmicas mais comuns a suas ocupações. Ao desconsiderar estas análises, podem ocorrer problemas de ressonância ou de não atendimento aos critérios de conforto para os ocupantes da edificação, em ambos os casos provocando transtornos e gastos extras com os reparos estruturais.

Para realizar a verificação da vibração excessiva de pisos existem metodologias simplificadas que permitem uma análise analítica dos problemas para diferentes ritmos de atividades. Destacam-se a metodologia apresentada por Murray, Allen e Ungar (1997) e atualizada por Murray et al. (2016), referentes aos procedimentos propostos pelo Instituto Americano de Construção de Aço (AISC), o *Design Guide 11*, a norma europeia, apresentada por Smith, Hicks e Devine (2009) e as verificações apresentadas na NBR 8800:2008. As duas primeiras metodologias detalham procedimentos simplificados, mas que consideram os efeitos dinâmicos da estrutura (frequência fundamental, amortecimento estrutural e acelerações máximas). No entanto, a última metodologia não realiza nenhuma análise referente às propriedades dinâmicas, determinando a aceitabilidade da vibração apenas por critérios de deslocamento vertical da estrutura sob cargas estáticas, a qual não apresenta bons resultados para casos de grandes vãos, em

comparação com o método da ANSI/AISC 360-16 e com análises numéricas (CUNHA; ARGOLO, 2021, no prelo).

Assim, é necessária a aplicação de métodos numéricos que apresentem resultados mais próximos da realidade, sendo o mais comum o Método dos Elementos Finitos (MEF). Para este tipo de análise devem ser utilizados modelos de carregamentos dinâmicos que representem as atividades humanas. Desta forma, o presente trabalho objetiva realizar análises, via MEF, em pisos mistos de aço e concreto previamente ensaiados experimentalmente, obtidos na literatura técnica, sujeitos a atividades humanas de caminhar. As atividades de caminhar serão descritas através de diferentes modelos de carregamento obtidos nas bases de dados científicas. Esta pesquisa é realizada com o objetivo de analisar a qualidade de cada modelo de carregamento quanto aos resultados de aceleração do piso, em comparação com resultados obtidos experimentalmente. O conteúdo do presente trabalho é dividido como disposto a seguir.

No capítulo 2 serão apresentados o objetivo principal e os objetivos específicos deste trabalho.

O capítulo 3 apresentará uma extensa revisão bibliográfica, partindo do histórico de recomendações para evitar vibrações excessivas em pisos até trabalhos que realizaram ensaios experimentais para análise da força aplicada por pessoas caminhando. Na sequência, este mesmo capítulo apresenta três diferentes metodologias simplificadas, descritas pelas normas ANSI/AISC 360-16, a SCI P354 e a NBR 8800:2008. Além disso, os diferentes critérios de aceitação quanto à vibração excessiva abordados nestas mesmas normas são apresentadas neste capítulo. O capítulo apresenta, ainda, uma ampla revisão dos principais modelos matemáticos de carregamento humano para atividades de caminhar, de trabalhos que realizaram análises experimentais em estruturas mistas de aço e concreto e análises numéricas, através do MEF, para análise de vibração em pisos reais ou fictícios.

No capítulo 4 serão apresentados os métodos de carregamento humano que foram utilizados no presente trabalho, o detalhamento dos pisos que foram ensaiados em outros trabalhos técnicos e que foram modelados numericamente neste trabalho. Além disso, o mesmo capítulo detalha como será realizada a modelagem computacional com o uso do MEF. Além de serem abordadas as análises empregadas, o método escolhido para validar a metodologia e os carregamentos utilizados para a verificação através dos métodos simplificados.



No capítulo 5 serão apresentados e discutidos os resultados experimentais, numéricos e aqueles obtidos mediante métodos simplificados para os pisos detalhados no capítulo 4. Além disso, será realizada uma análise comparativa sobre os resultados, a fim de determinar o melhor modelo para cada situação e estabelecer métodos práticos para a análise de pisos quanto a vibração em pisos mistos de aço sujeitos a atividades de caminhar humano.

Por fim, o capítulo 6 apresentará as conclusões obtidas durante o desenvolver deste trabalho e propostas para trabalhos futuros.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo geral

Avaliar diferentes modelos matemáticos de carregamento dinâmico que representam o caminhar humano, aplicando-os em pisos mistos de aço e concreto, com auxílio do programa computacional Ansys, e compará-los aos resultados experimentais dispostos na literatura científica. Com isso, será possível determinar o modelo dinâmico que fornece resultados mais precisos quanto a aceleração, seja de pico ou *rms*.

Ademais, também é objetivo deste trabalho comparar os resultados de aceitabilidade humana quanto a vibração entre os modelos numéricos e as metodologias simplificadas dadas pelas normas ANSI/AISC 360-16, SCI P354 e NBR 8800:2008.

### 2.2 Objetivos específicos

- Validar os modelos computacionais representativos dos pisos a serem trabalhados através da comparação da frequência fundamental das simulações com os valores obtidos através dos ensaios experimentais;
- Caracterizar as propriedades dinâmicas dos pisos advindos da ação de carregamentos oriundos do caminhar humano;
- Obter o histórico de acelerações no piso para cada modelo de carregamento em estudo;
- Determinar o modelo que mais se aproxima da realidade, quando comparados com resultados experimentais;
- Verificar a aceitabilidade dos pisos quando comparados aos limites normativos internacionais e nacional.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

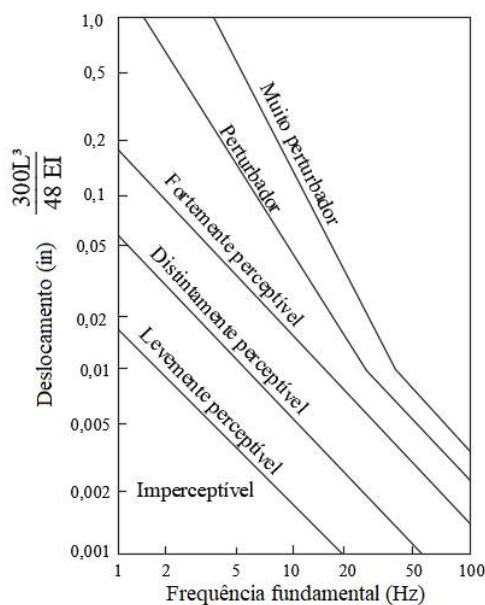
#### 3.1 Histórico de estudos

Crítérios de aceitabilidade quanto a vibração em pisos têm sido estudados desde o século XIX. Apesar disso, a análise em estruturas mistas de aço e concreto ainda apresenta limitações de estudo. Variáveis como amortecimento da estrutura, efeitos de fadiga, consideração dos efeitos multidão, modelo de carregamento mais apropriado para descrever cada tipo de atividade humana são algumas das possibilidades de pesquisas.

Como um dos pioneiros nesta área, Tredgold (1828, apud MURRAY; ALLEN; UNGAR, 1997), descreveu critérios que evitariam vibrações excessivas nos pisos, como o aumento da altura das vigas. Outra estratégia utilizada para evitar vibrações excessivas em pisos foi a limitação da deflexão das vigas sob cargas vivas à razão do vão por 360, porém nem sempre este critério foi satisfatório.

Lenzen (1966) apresentou um critério de limitação do deslocamento vertical do piso, a fim de evitar problemas com vibrações para ambientes como salas de aula, lojas de departamentos ou igrejas com baixos valores de amortecimento e grandes vãos. A Figura 6 apresenta um gráfico com os valores máximos aceitáveis por este critério, o qual depende do deslocamento vertical e da frequência fundamental do piso.

Figura 6 – Tolerância humana à vibração



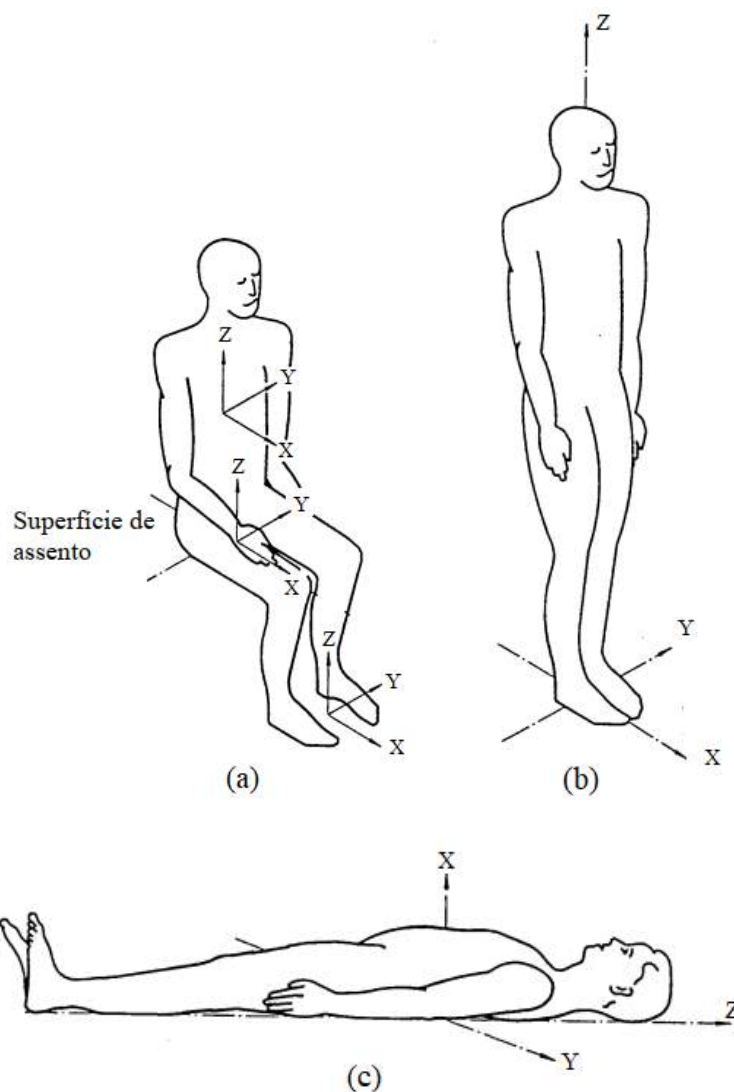
Fonte: Adaptado de Lenzen (1966)

Problemas de ressonância sempre foram ignorados nos dimensionamentos até a década de 70, quando os métodos tradicionais não foram suficientes para evitar as vibrações em pisos mistos devido ao caminhar humano (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 1997).

A partir da década de 80 o número de estudos voltados a vibrações excessivas e critérios de aceitabilidade em estruturas cresceu consideravelmente. Allen, Rainer e Pernica (1985) apresentaram critérios simplificados de verificações de estruturas sujeitas a carregamentos rítmicos. Além deste, Murray Allen e Ungar (1997), atualizado por Murray et al. (2016), com base em recomendações da *American Institute of Steel construction* (AISC), publicaram um guia de projeto para estruturas metálicas, no qual são apresentados métodos simplificados para o cálculo da vibração em pisos mistos sujeitos a atividades de caminhar, atividades rítmicas, grandes escadas, pisos com ocupações sensíveis, métodos para análises numéricas e formas para a correção de estruturas que sofrem problemas de vibração. Além da referida norma americana, a norma britânica também dispõe de procedimentos simplificados de verificação quanto a vibração, apresentada por Smith, Hicks e Devine (2009), a partir dos estudos realizados pelo *Steel Construction Institute* (SCI). No Brasil, a NBR 8800:2008, em seu anexo L, também apresenta modos de verificação de pisos de edifícios sujeitos a atividades dinâmicas humanas, utilizando como critério de aceitabilidade a frequência fundamental ou deslocamento máximo do piso, porém não apresenta um método para determinar as frequências. No entanto, critérios relacionados apenas a frequências naturais e deslocamentos verticais não são suficientes quando se analisa problemas de vibrações excessivas (KNUDSEN; GRATHWOL; HANSEN, 2017).

Além disso, a *International Organization for Standardization* (ISO) elaborou normas que visam padronizar métodos de medição das vibrações periódicas, aleatórias e transientes no corpo humano. A ISO 2631-1:1997 e a ISO 2631-2:2003 definem as principais posições para medição das vibrações, apresentadas na Figura 7, que variam de acordo com o interesse da análise. Estas também indicam a localização do ponto de medição, de modo a obter com precisão a vibração na interface entre o corpo e a fonte de vibração, além da duração da medição dos ensaios, devendo ser suficiente para garantir uma precisão estatística.

Figura 7 – Eixos baricêntricos do corpo humano



Fonte: ISO 2631-1 (1997)

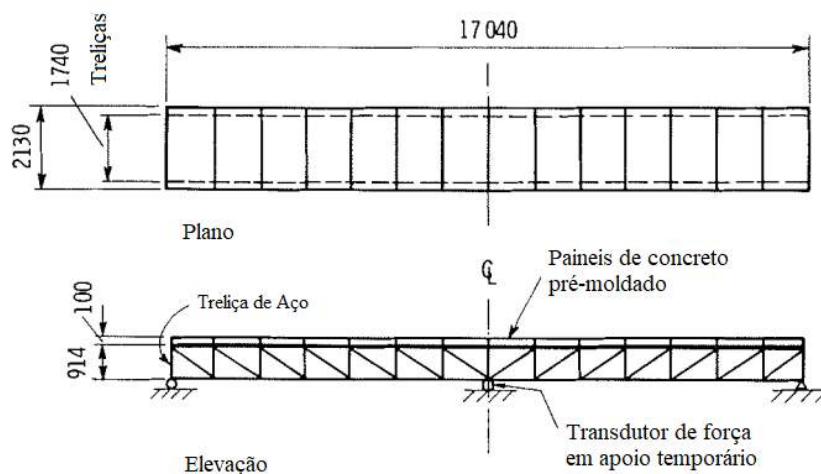
Para uma melhor compreensão da vibração em estruturas é necessária a realização de análises experimentais, sejam voltadas para a obtenção dos níveis de vibração, sejam para a determinação dos efeitos induzidos nas estruturas por pessoas praticando atividades. Este é, segundo Mouring e Ellingwood (1994), o ponto inicial para o desenvolvimento de modelos mais precisos que representem as atividades humanas.

Tido como um dos primeiros trabalhos que analisou os efeitos dinâmicos causados pelo corpo humano ao movimentar-se na estrutura, Tilden (1913, apud SAUL; TAUN, 1986), realizou uma série de testes com o intuito de verificar a amplificação da força aplicada por pessoas ao saírem da posição de sentado (Figura 7a) para a posição de pé

(Figura 7b) e para pessoas saltando. No primeiro caso foi observada uma amplificação da força aplicada entre 61%-123%, com valor médio de 79%, enquanto que para o segundo, 139-236%, com valor médio igual a 174%. Além disso, este mesmo autor realizou análises com o objetivo de verificar os efeitos de multidão na resposta dinâmica do piso. Foi notado que as respostas podem variar de acordo com a sincronia dos ocupantes, o qual considerou impossível obter total sincronia. Também foi observado que, nos casos com altas taxas de ocupação, o piso apresentou respostas dinâmicas menores devido à proximidade dos ocupantes, levando a redução no espaço livre para caminhada e, portanto, impedindo a adoção de frequências de passo maiores.

Nas últimas décadas o número de trabalhos envolvendo atividades experimentais tem aumentado. Rainer, Pernica e Allen (1988) construíram uma passarela formada por lajes de concreto pré-moldado e apoiada em treliças de aço. A esquematização desta passarela é apresentada na Figura 8.

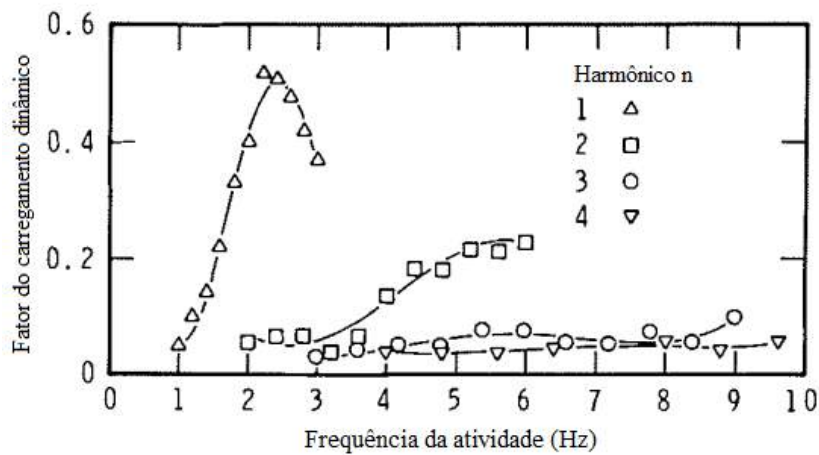
Figura 8 – Plataforma instrumentada



Fonte: Adaptado de Rainer, Pernica e Allen (1988)

A fim de estudar as propriedades do caminhar humano e atividades rítmicas, Rainer, Pernica e Allen (1988) realizaram uma série de ensaios, obtendo valores para os coeficientes de carregamento dinâmico, variando de acordo com a atividade realizada, com a frequência da atividade e com o harmônico analisado. A Figura 9 apresenta os valores dos primeiros quatro coeficientes para atividades de caminhar.

Figura 9 – Fatores de carregamento dinâmico



Fonte: Adaptado de Rainer, Pernica e Allen (1988)

Com base nos pontos dispostos na Figura 9, é possível determinar polinômios que melhor aproximem os valores dos coeficientes de carregamento dinâmico, em função da frequência de passo ( $f_s$ ). As equações (1) a (4) representam os quatro coeficientes de carregamento dinâmico, respectivamente (VARELA, 2004).

$$\alpha_1 = -0,22169f_s^3 + 1,11946f_s^2 - 1,44748f_s + 0,5967 \quad (1)$$

$$\alpha_2 = -0,012037(2f_s)^3 + 0,1494(2f_s)^2 - 0,53146(2f_s) + 0,6285 \quad (2)$$

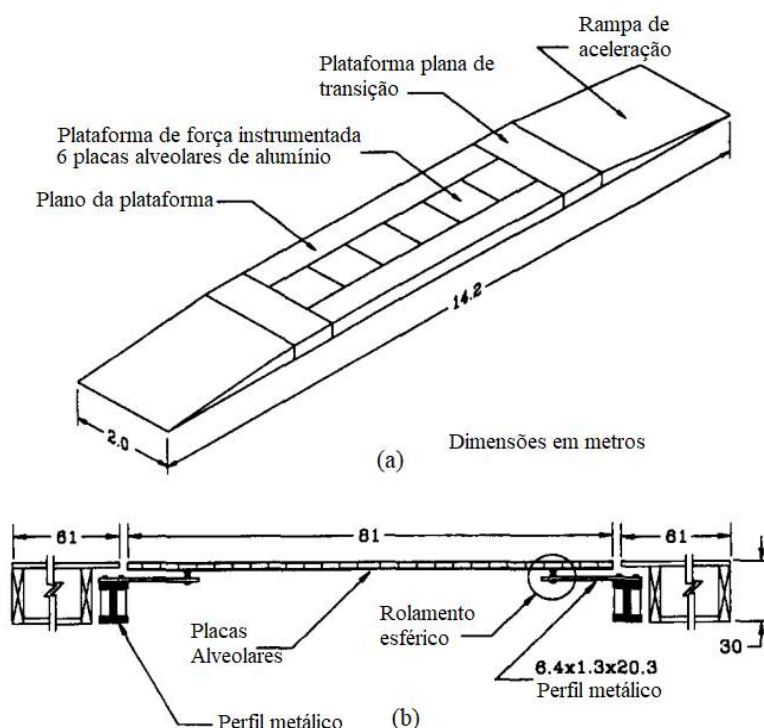
$$\alpha_3 = -0,00009068(3f_s)^5 - 0,0021066(3f_s)^4 + 0,018364(3f_s)^3 - 0,077278(3f_s)^2 + 0,17593(3f_s) - 0,1477 \quad (3)$$

$$\alpha_4 = 0,00051715(4f_s)^4 - 0,014388(4f_s)^3 + 0,14562(4f_s)^2 + 0,62994(4f_s) + 1,018469 \quad (4)$$

Além disso, Rainer, Pernica e Allen (1988) sugerem que as atividades humanas podem ser bem representadas com funções senoidais. Dessa forma, esses coeficientes poderiam ser substituídos na formulação da série de Fourier, a qual está melhor detalhada no item 3.5.1.

Ebrahimpour et al. (1996) construíram outra passarela de aproximadamente 14,2 metros de comprimento, a qual foi devidamente instrumentada com acelerômetros. Estes autores objetivaram determinar os efeitos de uma, duas e quatro pessoas caminhando simultaneamente e reproduzir analiticamente os resultados de forças induzidas por pessoas durante a caminhada. A esquematização da passarela moldada por estes autores é apresentada na Figura 10.

Figura 10 – Perfil da passarela (a) e sua seção transversal (b)



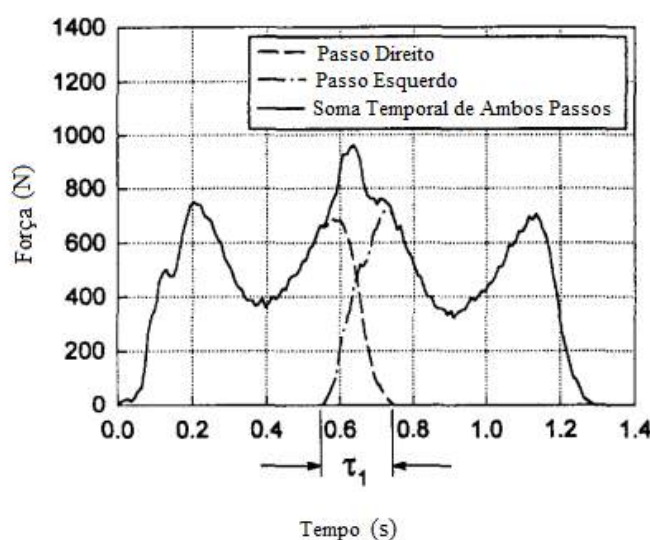
Fonte: Adaptado de Ebrahimpour et al. (1996)

Com o objetivo de obter resultados que validem modelos matemáticos que representem as ações humanas, Faisca (2003), apresentou uma grande contribuição para a identificação do carregamento humano durante a realização de atividades rítmicas. Para isso, foi realizada uma série de ensaios experimentais em uma plataforma de concreto, com diferentes tipos de atividades, como saltos ou atividades aeróbicas, em diferentes frequências e com quantidades diferentes de pessoas. Além desta contribuição, diversos outros autores trabalharam nesta área, voltados para atividades de caminhar, com análises realizadas em plataformas instrumentadas (EBRAHIMPOUR et al., 1996; OHLSSON, 1982; RAINER; PERINICA; ALLEN, 1988), plataformas mistas de aço e concreto



(SILVA; BRITO; PIMENTEL, 2013), em estruturas reais, como por exemplo em pontes (VAN NIMMEN et al., 2014; KASPERSKI, 2017) ou em plataformas de madeira (CAMPISTA; SILVA, 2018). A Figura 11 apresenta parte dos resultados experimentais obtidos por Ebrahimpour et al. (1996), descrevendo a influência do passo de cada perna na reação da plataforma, durante o caminhar humano, e a sobreposição dos efeitos, em que  $\tau_1$  é o tempo em que há sobreposição entre passos consecutivos.

Figura 11 – Resultado experimental do caminhar humano



Fonte: Adaptado de Ebrahimpour et al. (1996)

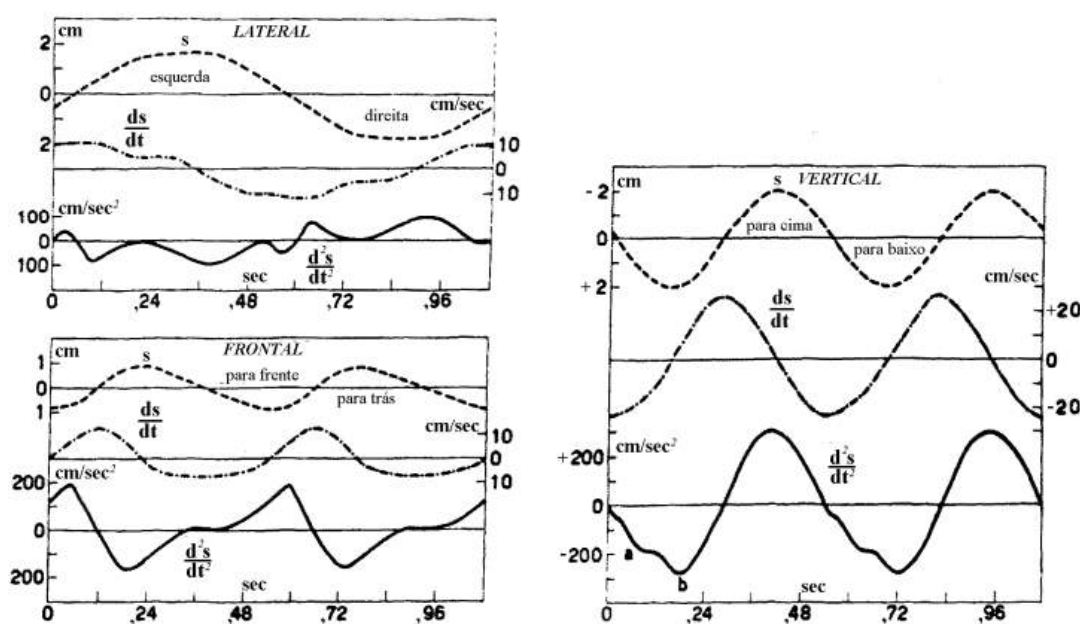
### 3.2 Caminhar humano

A busca por equacionamentos que descrevam matematicamente e fisicamente as atividades humanas tem crescido, graças a melhoria dos equipamentos que permitem realizar análises experimentais nas estruturas. No entanto, se por um lado a tecnologia tem permitido novos avanços na área de análise de vibração, por outro os tipos de ações humanas também têm variado bastante, gerando a necessidade de amplos estudos para obtenção de resultados que sejam estatisticamente satisfatórios.

Cavagna, Saibere e Margaria (1963) realizaram uma análise dos movimentos humanos, com a utilização de três acelerômetros que foram fixados no tronco dos voluntários, posição considerada próximo ao centro de gravidade do corpo humano de pé.

A Figura 12 apresenta os gráficos de deslocamento, velocidade e aceleração ao longo do tempo para um dos voluntários do teste enquanto estava caminhando.

Figura 12 – Deslocamento, velocidade e aceleração ao longo do tempo, medidos no centro de gravidade do voluntário, na direção lateral, vertical e frontal.



Fonte: Adaptado de Cavagna, Saibene e Margaria (1963)

É possível observar que a reação do piso devido ao caminhar humano é composta por componentes de força em três diferentes direções, sendo a parcela na direção vertical a de maior influência, pois apresenta maior amplitude e maior frequência para o deslocamento, velocidade e aceleração em relação aos valores nas demais direções.

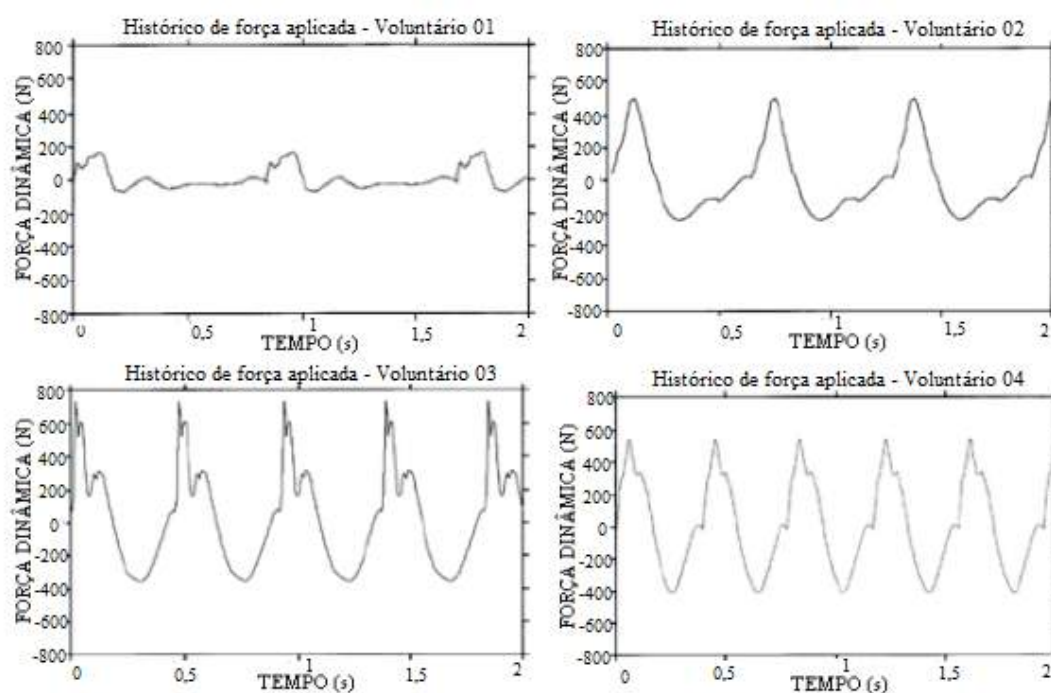
A perfeita representação destas ações é improvável, devido aos diversos fatores que as influenciam. Isto se deve porque cada pessoa possui suas próprias características para caminhar, como a massa, comprimento de passo, impacto dos pés durante esta ação e tipo do solado utilizado durante a atividade, portanto, são atividades de difícil caracterização (VARELA; BATTISTA, 2009).

Segundo Saul e Tuan (1986), as atividades humanas devem ser descritas por funções aleatórias, devido às diferenças físicas e psicológicas, que podem variar no tempo e entre pessoas. Desta forma, os movimentos gerados por cada pessoa nunca são

perfeitamente duplicados, mesmo com o uso de equipamentos ou técnicas que controlem a velocidade do passo.

A partir do desenvolvimento de estudos voltados a aplicação de ações dinâmicas oriundas do caminhar humano, Kerr (1998) realizou uma série de ensaios experimentais em escadas metálicas, no qual, com o uso de acelerômetros, obteve os deslocamentos e reações da estrutura para pessoas caminhando no sentido ascendente e descendente, individualmente e em grupos. Com base nestes resultados, foi possível obter os gráficos que relacionam a força aplicada pelos participantes ao longo do tempo. Portanto, como mostrado na Figura 13, para quatro diferentes voluntários, a reação devido ao caminhar humano apresenta características que podem variar consideravelmente entre as pessoas.

Figura 13 – Força ao longo do tempo de quatro pessoas

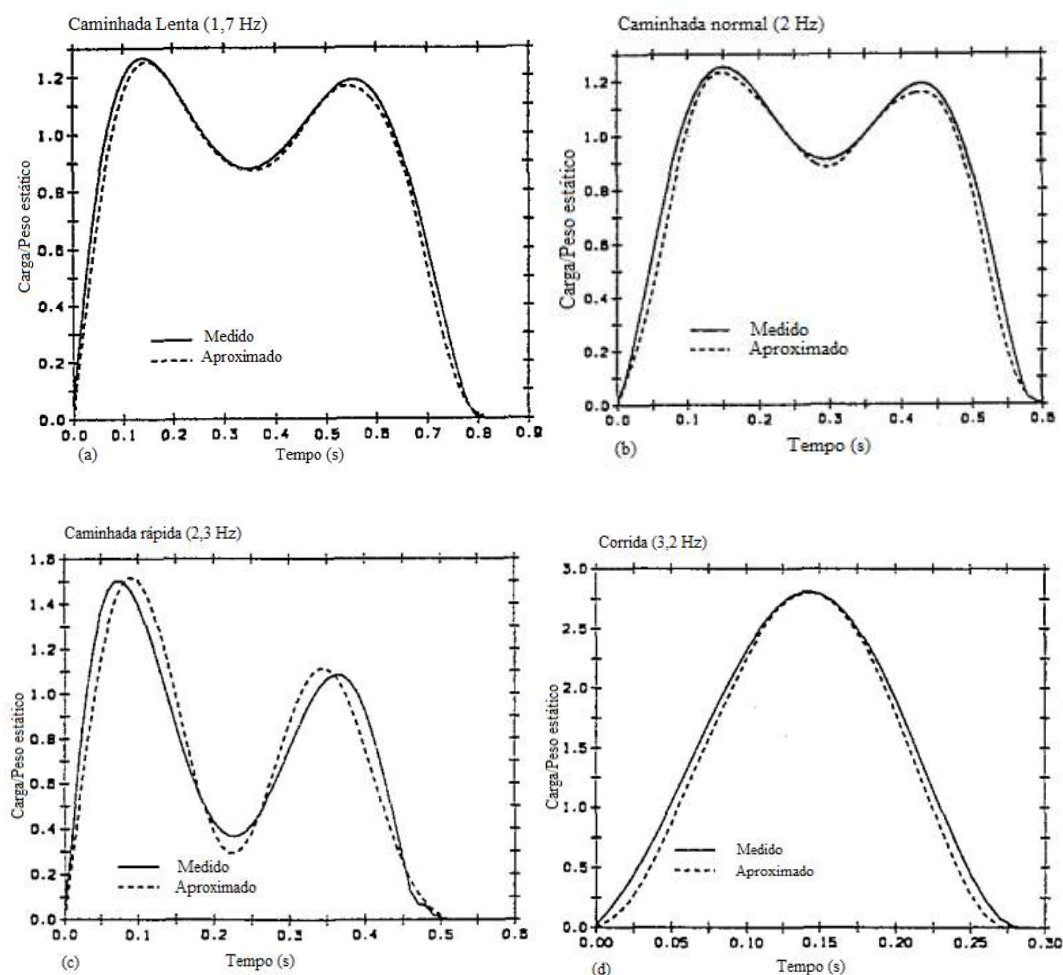


Fonte: Adaptado de Kerr (1998)

Com o objetivo de elaborar um guia de cálculo para minimizar os efeitos de vibração em pisos de edifícios e pontes, Mouring e Ellingwood (1994) realizaram diversos ensaios experimentais com pessoas caminhando, com diferentes frequências de passo, e com aplicação de impactos com o calcanhar em uma ponte e em um *shopping center*, ambos formados por estruturas mistas de aço e concreto. Com isso, foi possível

elaborar gráficos da razão entre a carga dinâmica e o peso estático do voluntário, para um mesmo indivíduo realizando atividades em quatro diferentes velocidades. Estas razões foram aproximadas através do uso de séries de Fourier com diferentes números de harmônicos (Figura 14). Observa-se que a força aplicada devido as atividades humanas tem forte dependência com a velocidade em que estas são desenvolvidas, no qual, para frequências de passo menores, o piso apresenta dois picos de reação, devido ao apoio inicial do calcanhar seguido do apoio da região frontal do pé, enquanto que para uma frequência alta, o gráfico se comporta como um simples impulso.

Figura 14 – Fator de amplificação dinâmica do carregamento



Fonte: Adaptado de Mouring e Ellingwood (1994)

A análise da vibração de pisos devido ao caminhar humano com o uso de equações matemáticas refinadas implica na necessidade do uso de programas computacionais

eficientes que resolvam os problemas, como por exemplo aqueles que utilizam o Método dos Elementos Finitos. Assim, como uma forma de simplificar a análise, faz-se necessária a elaboração de métodos práticos para a verificação quanto a vibração de pisos.

### 3.3 Modelos simplificados

O número de edifícios construídos em estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto tem aumentado consideravelmente, sendo estes os que sofrem mais influência das atividades humanas, devido à esbeltez dos elementos estruturais, acarretando altos níveis de vibração e, portanto, incômodo aos usuários dos ambientes. Logo, o conhecimento das ações dinâmicas e a verificação a estas ações se tornam indispensáveis aos engenheiros calculistas.

A seguir são descritos os principais métodos simplificados para o cálculo das vibrações em pisos utilizados pelos engenheiros. Vale ressaltar que os critérios estabelecidos nas citadas metodologias simplificadas se referem apenas ao estado de conforto do usuário durante o uso das estruturas.

#### 3.3.1 *American Institute of Steel Construction (ANSI/AISC 360-16)*

A metodologia sugerida pela AISC, no *Steel Design Guide 11*, foi inicialmente apresentada por Murray, Allen e Ungar (1997) e atualizada por Murray et al. (2016). Este guia permite determinar, de forma simplificada, através de métodos analíticos, a vibração de pisos mistos de aço e concreto para uma grande variedade de casos.

O guia elaborado por Murray et al. (2016) possibilita uma análise na qual pode-se variar o tipo das vigas (perfis metálicos ou treliças), da laje e de sua posição em relação a todo o piso (central, viga secundária na borda e viga principal na borda), o tipo de atividade dinâmica realizada (caminhada ou atividades rítmicas) e o tipo de ocupação que sofrerá influência da vibração. Para o caso de atividades rítmicas há a possibilidade de reduzir a área ocupada da laje, de modo a considerar apenas a parcela da laje ocupada. Esta metodologia considera os efeitos dinâmicos do carregamento e as propriedades dinâmicas da estrutura, como o amortecimento e módulo de elasticidade (para o concreto o módulo de elasticidade longitudinal dinâmico é obtido ao majorar o módulo de elasticidade em 35%).

No entanto, Murray et al. (2016) ressaltam que o procedimento simplificado disposto no guia é válido apenas para o caso de pisos retangulares, com pouca variação dos perfis e apoiados em todas as bordas. Para o caso de pisos com diferentes concepções estruturais, como a presença de balanços, altas cargas concentradas ou pisos com retrofit, faz-se necessário o uso de ferramentas computacionais para a análise de vibração.

O procedimento simplificado de cálculo para o caso de pisos mistos de aço e concreto sujeitos a atividades de caminhar é detalhado a seguir, considerando laje com fôrma *steel deck*. Inicialmente, deve-se determinar informações das vigas secundárias e principais para em seguida determinar a frequência fundamental da estrutura e aceleração de pico.

### 3.3.1.1 Viga Secundária

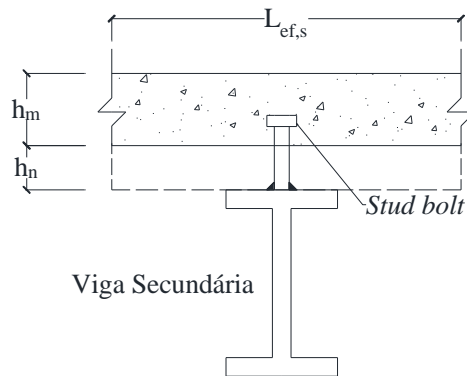
A princípio faz-se necessário determinar as propriedades da seção mista resistente, formada pela viga de aço e a laje de concreto. Para isto, a largura efetiva de concreto é determinada através da equação (5):

$$L_{ef,s} = menor \left\{ \begin{array}{c} 0,4L_p \\ n \\ b \\ n \end{array} \right\} \quad (5)$$

onde  $L_p$  é o comprimento da viga principal,  $b$  é o espaçamento entre vigas secundárias e  $n$  é a razão entre módulo de elasticidade longitudinal do aço ( $E_a$ ) e o módulo de elasticidade longitudinal dinâmico do concreto ( $E_{c,din}$ ).

Conforme apresentado na Figura 15, para um corte transversal à viga secundária, há trechos em que a altura do concreto resistente é formada unicamente pela altura maciça da laje ( $h_m$ ). Portanto, para fins de cálculo, Murray et al. (2016) recomendam a omissão da altura de concreto da nervura ( $h_n$ ) no cálculo do centroide e momento de inércia da seção resistente ( $I_{ef,s}$ ).

Figura 15 – Vista paralela às nervuras



Este guia considera todas as vigas como bi-apoiadas, portanto a flecha da viga secundária é calculada a partir da equação (6):

$$\delta_{VS} = \frac{5w_s L_s^4}{384E_a I_{ef,s}} \quad (6)$$

onde  $w_s$  é a carga distribuída na viga secundária e  $L_s$  é o comprimento da viga secundária.

Além disso, são calculadas duas constantes:  $D_s$  pela equação (7) e  $D_j$  pela equação (8) a serem utilizados na determinação do comprimento efetivo da viga secundária ( $B_j$ ), que deve satisfazer a inequação (9).

$$D_s = \frac{h_e^3}{12n} \quad (7)$$

$$D_j = \frac{I_{ef,s}}{b} \quad (8)$$

$$B_j = C_j L_s \left( \frac{D_s}{D_j} \right)^{0,25} \leq \frac{2n_y L_p}{3} \quad (9)$$

Em que  $h_e$  é a altura de concreto maciça, acrescido de metade da altura da nervura e  $C_j$  é constante igual a 2 para os casos de lajes de interior e 1 para lajes de borda e  $n_y$  é o número de lajes na direção da viga principal.

Por fim, é calculado o peso do painel referente a viga secundária ( $W_j$ ), de acordo com a equação (10).

$$W_j = \frac{1,5w_s B_j L_s}{b} \quad (10)$$

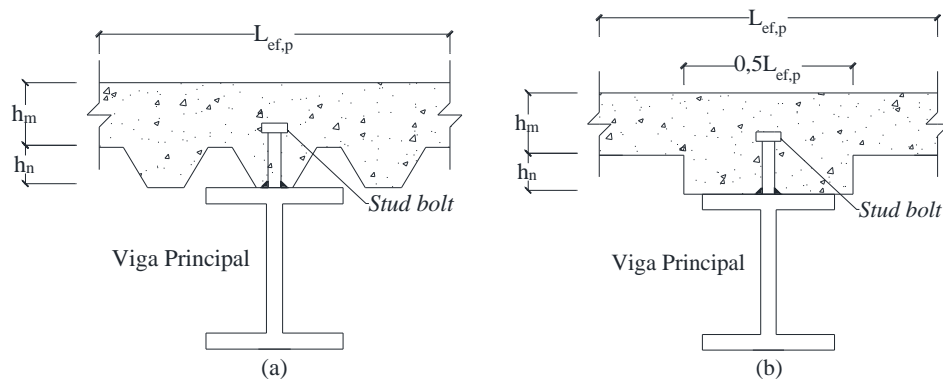
### 3.3.1.2 Viga Principal

De forma análoga ao procedimento exposto para viga secundária, é necessário calcular, para a viga principal, a largura efetiva de concreto resistente da seção, dada pela equação (11).

$$L_{ef,p} = \text{menor} \left\{ \begin{array}{l} 0,4L_p \\ n \\ \frac{L_s}{n} \end{array} \right\} \quad (11)$$

Analisando um corte perpendicular à viga principal (Figura 16a), é possível observar que ao longo de todo o comprimento existem nervuras que contribuem para resistência da seção transversal. Assim, Murray et al. (2016) sugerem a simplificação da região das nervuras em um retângulo de mesma altura e com comprimento igual a metade da largura efetiva para a viga principal (Figura 16b).

Figura 16 – Vista perpendicular às nervuras (a) e modelo simplificado para cálculos (b)



A flecha da viga principal é calculada pela equação (12):



$$\delta_{vp0} = \frac{5w_p L_p^4}{384E_a I_{ef,p}} \quad (12)$$

onde  $w_p$  é a carga distribuída na viga principal e  $I_{ef,p}$  é o momento de inércia da seção resistente de aço e concreto.

Uma nova constante ( $D_g$ ) é calculada pela equação (13), a fim de determinar a largura efetiva de concreto para a viga principal ( $B_g$ ), dada pela equação (14):

$$D_g = \frac{I_{ef,p}}{L_s} \quad (13)$$

$$B_g = C_g L_p \left( \frac{D_s}{D_g} \right)^{0,25} \quad (14)$$

em que  $C_g$  é constante igual a 1,6 para o caso de vigas secundárias que se apoiam sobre as mesas das vigas principais e 1,8 quando as vigas secundárias estão ligadas diretamente na alma das vigas principais.

O valor de  $B_g$  deve estar abaixo do seu limite máximo ( $B_{gmax}$ ), dado pela equação (15).

$$B_{gmax} = \frac{2n_x L_s}{3} \quad (15)$$

sendo  $n_x$  o número de lajes na direção da viga secundária.

Além disso, se  $0,5 \leq \frac{L_p}{B_j} \leq 1,0$ , a flecha da viga principal deve ser calculada através da equação (16). Caso a inequação não seja satisfeita, a flecha da viga principal deve ser adotada igual ao valor obtido pela equação (12).

$$\delta_{vp} = \frac{L_p}{B_j} \delta_{vp0} \quad (16)$$

Na sequência, calcula-se o peso do painel referente a viga principal ( $W_g$ ).

$$W_g = \frac{w_p B_g L_p}{L_s} \quad (17)$$

### 3.3.1.3 Modo combinado

A partir dos resultados de deslocamento vertical da viga principal, da viga secundária e dos pesos efetivos dos painéis destas vigas, é possível determinar a frequência fundamental da estrutura, calculada através da equação (18) e a carga total equivalente do piso, dada na equação (19).

$$f_n = 0,18 \sqrt{\frac{g}{\delta_{vs} + \delta_{vp}}} \quad (18)$$

$$W = \frac{\delta_{vs}}{\delta_{vs} + \delta_{vp}} W_j + \frac{\delta_{vp}}{\delta_{vs} + \delta_{vp}} W_g \quad (19)$$

Com base nestes valores calcula-se a aceleração relativa à aceleração da gravidade ( $g$ ), para pisos com frequência fundamental abaixo e acima a 9 Hz, a partir das equações (20) e (21), respectivamente. Murray et al. (2016) salientam que, caso a frequência fundamental seja inferior a 3 Hz, deve ser realizada uma análise rítmica, para evitar problemas relacionados a saltos inesperados.

$$a_p = \frac{P_0 e^{-0,35 f_n}}{\xi W} \quad (20)$$

$$a_p = \left( \frac{0,685}{W} \right) \left( \frac{f_s^{1,43}}{f_n^{0,3}} \right) \sqrt{\frac{1 - e^{-4\pi h \zeta}}{h \pi \zeta}} \quad (21)$$

Sendo  $a_p$  a aceleração de pico,  $P_0$  a amplitude da força motriz de caminhar, igual a 0,29 kN, calculada igual a  $0,83RQ$ , em que  $R$  é o fator de redução que considera que o ocupante não está localizado no ponto de maior resposta dinâmica do piso, igual a 0,5 para pisos e 0,7 para passarelas e  $Q$  é a carga do corpo humano,  $\xi$  é a taxa de amortecimento da estrutura, com valores sugeridos por Murray et al. (2016), apresentados na Tabela 1 e  $h$  é o número do harmônico que coincide com a frequência fundamental de pisos de alta frequência fundamental, com valores dispostos na Tabela 2.

Tabela 1 – Taxas de amortecimento

Componentes da estrutura	$\xi$
Sistema estrutural	0,01
Teto e duto	0,01
Instalação de escritório eletrônico	0,005
Ajuste do escritório em papel	0,01
Igrejas, escolas e shoppings	0,00
Divisórias em <i>dry wall</i> de altura total no compartimento	0,02 a 0,05

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Tabela 2 – Harmônico coincidente com a frequência fundamental

Frequência fundamental (Hz)	h
9,0 – 11,0	5
11,0 – 13,2	6
13,2 – 15,4	7

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

### 3.3.2 *Steel Construction Institute (SCI P354)*

A metodologia simplificada sugerida pelo *Steel Construction Institute* (SCI) foi inicialmente apresentada por Wyatt (1989) e posteriormente atualizada por Smith, Hicks e Devine (2009), a partir dos novos critérios estabelecidos pela ISO 10137:2007 e pela BS 6472:2008.

Smith, Hicks e Devine (2009) apresentam um critério de aceitação para vibração diferente do proposto por Murray et al. (2016), em que a aceleração é definida pela raiz do quadrado médio (*root mean square*) das acelerações ao longo do tempo ( $a_{rms}$ ). Além do método simplificado, são apresentadas formas de realizar análises com o auxílio do método dos elementos finitos, critérios para edifícios especiais, com ocupações sensíveis, métodos de remediação devido a vibrações excessivas e métodos para executar ensaios experimentais.

O presente método simplificado apresenta semelhanças ao da norma americana, pois considera as propriedades dinâmicas da estrutura, como por exemplo a taxa

amortecimento do piso e o módulo de elasticidade dinâmico do concreto (adotado igual a 38 GPa para concretos normais e 22 GPa para concretos leves), além de apresentar procedimentos para determinação da frequência fundamental do piso e da aceleração *rms*. A seguir será apresentado o procedimento de cálculo proposto por Smith, Hicks e Devine (2009).

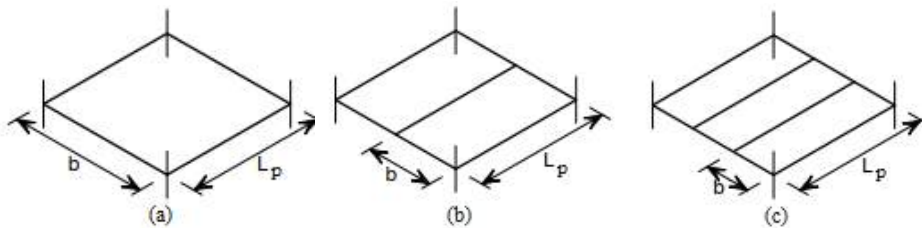
### 3.3.2.1 Frequência fundamental

A frequência fundamental do piso é calculada através da equação (22), em que  $\delta$  é o maior valor entre a flecha obtida para viga secundária e a da viga principal, em milímetros.

$$f_n = \frac{18}{\sqrt{\delta}} \quad (22)$$

A determinação da flecha do piso pode ser realizada de forma simplificada, de acordo com o arranjo das vigas na laje (Figura 17). A flecha da viga secundária, em todos os casos, pode ser calculada pela equação (23). Para o arranjo mostrado na Figura 17a, todas as vigas são classificadas como secundárias, portanto, não se calcula a flecha para viga principal. Para os arranjos da Figura 17b e Figura 17c, a flecha da viga principal é determinada pelas equações (24) e (25), respectivamente:

Figura 17 – Arranjos das vigas na laje



Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

$$\delta_s = \frac{m_f g b}{384 E_a} \left( \frac{5 L_p^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right) \quad (23)$$

$$\delta_p = \frac{m_f g b}{384 E_a} \left( \frac{64 b^3 L_p}{I_p} + \frac{L_p^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right) \quad (24)$$

$$\delta_p = \frac{m_f g b}{384 E_a} \left( \frac{368 b^3 L_p}{I_p} + \frac{L_p^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right) \quad (25)$$

em que  $m_f$  é a massa distribuída no piso, igual a massa da estrutura somada à carga de ocupação permanente, majorado em 10% para consideração das ações dinâmicas, em kg/m<sup>2</sup>;  $g$  é a aceleração da gravidade em m/s<sup>2</sup>;  $I_b$  é o momento de inércia da seção compósita para viga secundária, adotando a largura efetiva de concreto igual ao menor valor entre  $b$  e  $0,25L_s$ , em m<sup>4</sup>;  $I_p$  é o momento de inércia da seção compósita para viga principal, adotando a largura efetiva de concreto igual ao menor valor entre  $L_p$  e  $0,25L_p$ , em m<sup>4</sup> e  $I_s$  é o momento de inércia da laje de concreto por unidade de largura efetiva homogeneizada, em m<sup>4</sup>/m.

### 3.3.2.2 Massa modal efetiva

O cálculo da massa modal efetiva do piso é realizado em uma área reduzida do piso e pode ser determinada através da equação (26), em que  $L_{eq,p}$  e  $L_{eq,s}$  são os comprimentos efetivos do piso na direção da viga principal e secundária, determinados pelas equações (27) e (28), respectivamente. O esboço da região reduzida do piso é apresentado na Figura 18.

$$M_m = m_f L_{eq,p} L_{eq,s} \quad (26)$$

$$L_{eq,s} = 1,09 \times 1,1^{n_y-1} \left( \frac{E_a I_b}{m_f b f_n^2} \right)^{0,25} \leq n_y L_s \quad (27)$$

$$L_{eq,p} = \eta \times 1,15^{n_x-1} \left( \frac{E_a I_s}{m_f b f_n^2} \right)^{0,25} \leq n_x L_p \quad (28)$$

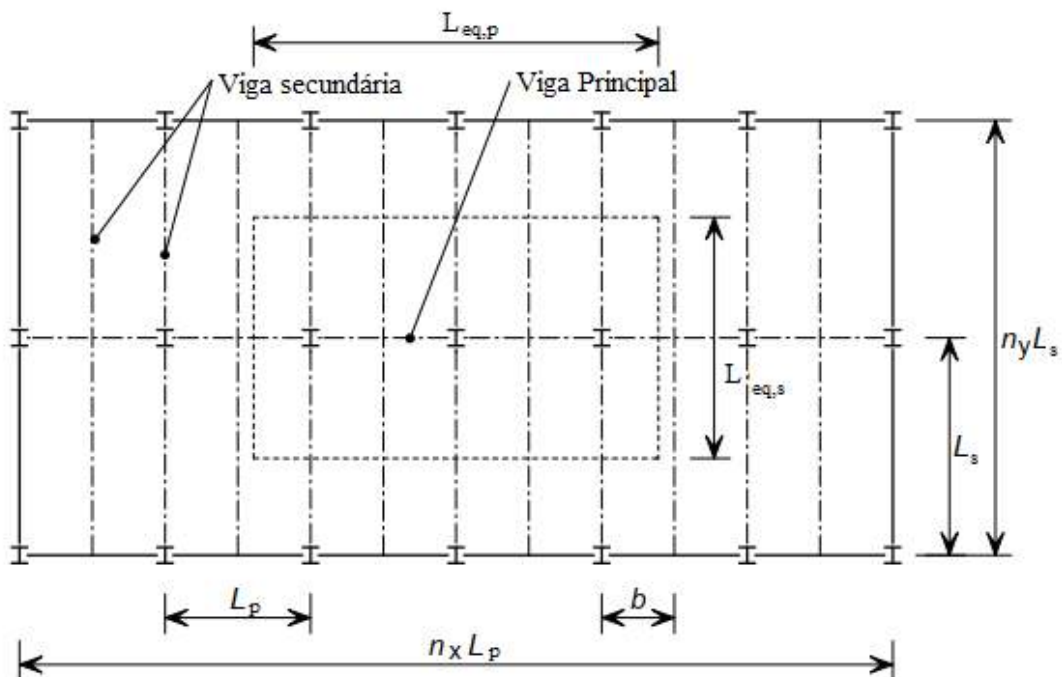
em que  $\eta$  é um fator que leva em consideração a frequência fundamental do piso, dado na Tabela 3.

Tabela 3 – Fatores de ponderação para largura efetiva do piso

$f_n$ (Hz)	$\eta$
$< 5$	0,5
$5 \leq f_n \leq 6$	$0,21f_n - 0,55$
$> 6$	0,71

Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

Figura 18 – Variáveis para o cálculo da massa modal efetiva



Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

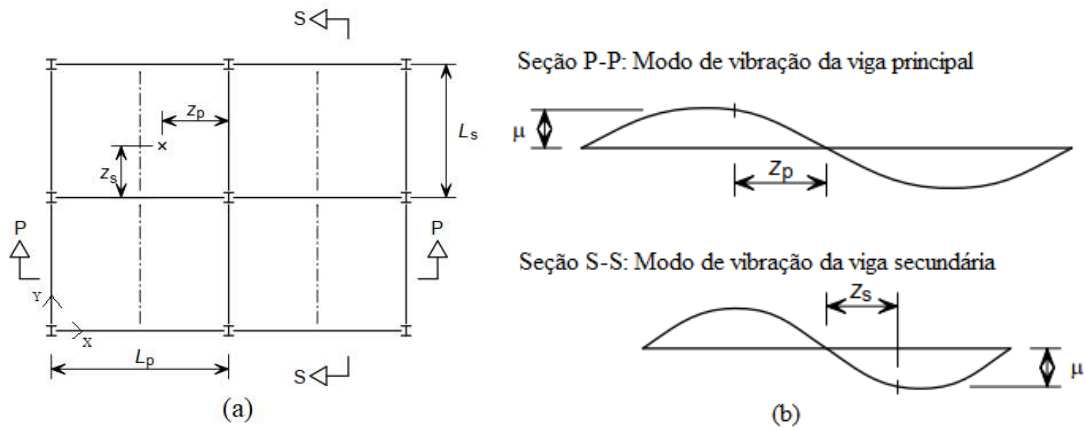
### 3.3.2.3 Fator do modo de vibração

A aplicação do fator de modo de vibração permite considerar a possibilidade de que a fonte excitadora e/ou o ocupante afetado pela vibração não estejam localizados no ponto de maior resposta vibratória. Este fator pode ser calculado pela equação (29):

$$\mu = \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (29)$$

em que  $\mu$  é o fator de modo de vibração, denominado  $\mu_e$  para a fonte excitadora e  $\mu_r$  para o ocupante,  $z$  é a distância entre o ponto analisado até a viga mais próxima, na direção  $x$  para a viga principal ou na direção  $y$  para a viga secundária e  $L$  é o comprimento da viga na direção da variável “ $z$ ”. A Figura 19 demonstra como adotar estes respectivos valores.

Figura 19 – Cálculo do fator de modo de vibração



Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

Smith, Hicks e Devine (2009) sugerem que, se a posição dos ocupantes for desconhecida, os valores de  $\mu_e$  e  $\mu_r$  podem ser adotados igual a 1, de forma conservadora.

#### 3.3.2.4 Resposta de aceleração

A metodologia apresentada por Smith, Hicks e Devine (2009) define que a aceleração do piso analisado é dada pela raiz do quadrado médio (*rms*), calculada para pisos com frequência fundamental entre 3 Hz e 10 Hz (pisos de baixa frequência natural) e pisos com frequência fundamental acima de 10 Hz (pisos de alta frequência fundamental), segundo as equações (30) e (31), respectivamente.

$$a_{rms} = \mu_e \mu_r \frac{0,1Q}{2\sqrt{2}M_m \xi} W_f \rho \quad (30)$$

$$a_{rms} = 2\pi \mu_e \mu_r \frac{185Q}{700\sqrt{2}M_m f_n^{0,3}} W_f \rho \quad (31)$$

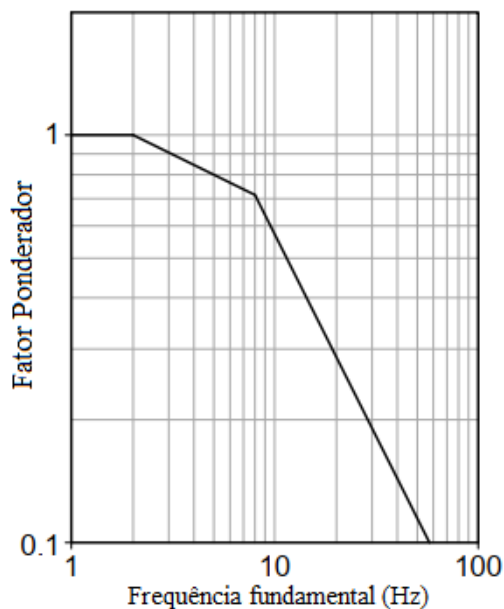
em que  $\rho$  é o fator de ressonância, dado pela equação (32) e  $W_f$  é o fator ponderador que considera a percepção humana para as vibrações, obtido a partir da Figura 20, com o uso da frequência fundamental do piso.

$$\rho = 1 - e^{\left(\frac{-2\pi \zeta L_c f_s}{V}\right)} \quad (32)$$

em que  $V$  é a velocidade da caminhada, dada pela equação (33),  $L_c$  é a distância no trajeto e  $f_s$  é a frequência de passo que deve estar entre 1,7 Hz e 2,4 Hz.

$$V = 1,67 f_s^2 - 4,83 f_s + 4,5 \quad (33)$$

Figura 20 – Fator ponderador para percepção humana.



Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

Smith, Hicks e Devine (2009) sugerem valores de taxa de amortecimento de acordo com a ocupação do ambiente, sem a necessidade da sobreposição das mesmas, apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Taxas de amortecimento

Ocupação da estrutura	$\zeta$ (%)
Estruturas de aço totalmente soldadas	0,5
Pisos com pouco mobiliário	1,1
Pisos totalmente mobiliados	3,0
Pisos cujas partições vão interromper o(s) modo(s) de vibração relevante(s)	4,5

Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)



### 3.3.3 Normas técnicas brasileiras

#### 3.3.3.1 NBR 6118:2014

A norma brasileira de estruturas de concreto (ABNT NBR 6118:2014) dispõe uma breve análise para evitar o problema de vibrações excessivas. Para isso, esta norma recomenda que a frequência fundamental da estrutura deve estar o mais afastado possível da frequência crítica ( $f_{crit}$ ), satisfazendo a inequação (34).

$$f_n > 1,2 f_{crit} \quad (34)$$

A NBR 6118:2014 apresenta valores de frequência crítica, de acordo com o tipo de ocupação do ambiente, dados na Tabela 5. No entanto a referida norma não apresenta nenhum modo para o cálculo da frequência fundamental.

Tabela 5 – Frequências críticas

Ambiente	$f_{crit}$ (Hz)
Ginásio de esporte ou academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Fonte: NBR 6118:2014

#### 3.3.3.2 NBR 8800:2008

A norma de projetos de estruturas de aço brasileira (ABNT NBR 8800:2008) apresenta, em seu anexo L, formas de avaliar a vibração em pisos constituídos por estruturas de aço e concreto.

Diferente da metodologia apresentada pelo guia da AISC e da SCI, dispostas nos itens 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente, a norma brasileira não considera os efeitos dinâmicos do carregamento ou da estrutura (CUNHA; ARGOLLO, 2021, no prelo). Isto ocorre porque a NBR 8800:2008 considera que as ações provocadas pela ação humana nos pisos são estáticas.

A análise sugerida pela norma brasileira é realizada de acordo com a frequência fundamental da estrutura, porém, de modo semelhante a NBR 6118:2014, esta norma não

apresenta um modo de determinar este valor. No entanto, para contornar este problema, a NBR 8800:2008 sugere realizar a verificação pelo deslocamento vertical máximo da estrutura, utilizando as combinações frequentes de serviço (ABNT NBR 8681:2003), dadas pela equação (35):

$$F = \sum_{i=1}^m F_{gi} + \psi_1 F_{q1} + \sum_{j=2}^n \psi_2 F_{qj} \quad (35)$$

em que  $F_{gi}$  são as ações permanentes,  $F_{qj}$  são as ações variáveis e  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são os fatores de redução para as ações variáveis.

Entretanto, Murray, Allen e Ungar (1997) confirmam que critérios baseados somente em deslocamento podem não ser suficientes, assim como Knudsen, Grathwol e Hansen (2017) que afirmam que analisar problemas de vibração unicamente por meio das frequências naturais também pode não ser adequado. Desta forma, a NBR 8800:2008, no item L.3.1, alerta que seus procedimentos podem não ser uma solução adequada. Além disso, esta norma salienta a necessidade de ser realizada uma análise dinâmica para fins de projeto, indicando em seu Anexo S.4 procedimentos considerados mais precisos para a análise da vibração. Dentre estes, é proposto o método apresentado pelo guia da AISC em Murray, Allen e Ungar (1997).

### 3.4 Critérios de conforto quanto a vibração para humanos

A vibração em estruturas sempre irá existir, em maiores ou menores ordens de grandeza, de acordo com a concepção estrutural e de sua ocupação. Para o caso de pisos mistas de aço e concreto os níveis de vibração tendem a ser mais elevados, devido à redução da rigidez e, portanto, de suas frequências naturais. Para garantir que não ocorram vibrações excessivas que possam comprometer as atividades humanas, as estruturas são verificadas de modo que estejam dentro de limites aceitáveis para a ocupação humana. Entretanto, segundo Souza et al. (2003), Knudsen, Grathwol e Hansen (2019) e Varela e Battista (2009), os critérios de aceitação máximos para vibrações excessivas são de difícil caracterização, pois envolvem características psicológicas, idade e tipo de atividade desenvolvida pelas pessoas que sofrem com as vibrações. Desta forma, diversas normas e metodologias estabelecem critérios que podem ser adotados para realizar estas análises, apresentados a seguir.

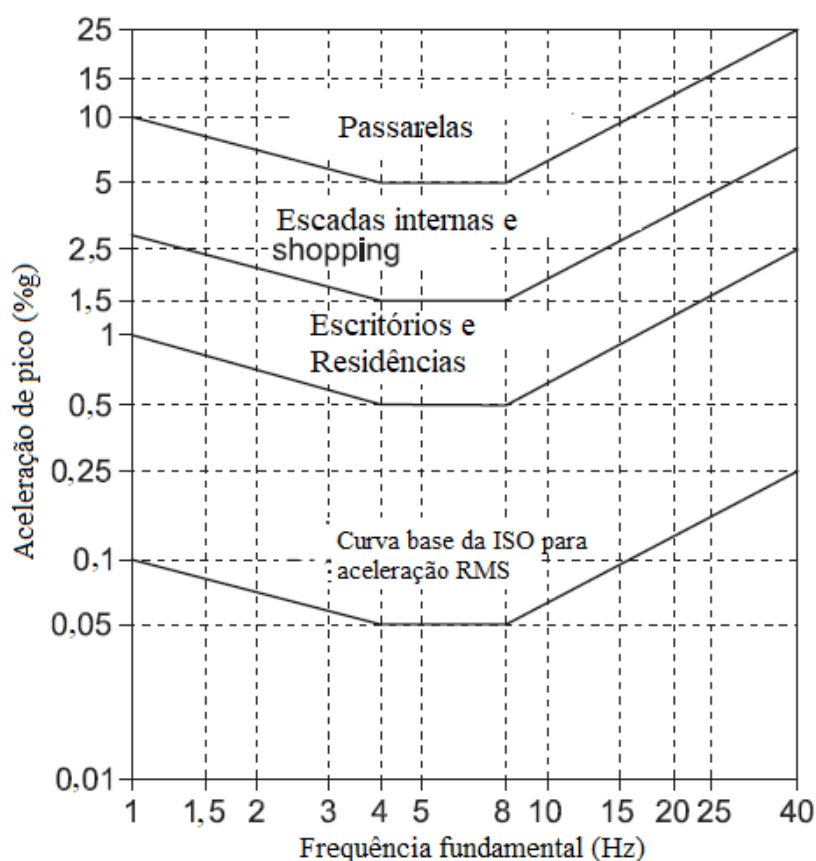
### 3.4.1 Aceleração de pico relativa à gravidade

CrITÉrios voltados para aceleração são os mais comuns nas normas internacionais. As acelerações são medidas na direção perpendicular ao piso, durante um intervalo de tempo que garanta precisão dos resultados.

A aceleração de pico, portanto, é o maior valor de aceleração que será observado na estrutura dentro do tempo de análise, mesmo que ocorra apenas por um breve momento. Devido a isto, utilizar este critério pode superdimensionar a estrutura.

Os limites de aceitabilidade dados pelo guia projeto da AISC, apresentado por Murray et al. (2016), correlacionam as acelerações relativas com a frequência fundamental do piso, para diferentes tipos de ocupação, conforme a Figura 21.

Figura 21 – Limites de aceleração recomendados pela AISC.



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Os limites apresentados na Figura 21 podem ser adotados para os resultados de aceleração pela metodologia simplificada da norma americana, calculados pelas equações (20) ou (21), ou por métodos mais precisos, como através de análises numéricas ou experimentais. A estrutura é considerada aprovada se o valor de aceleração de pico, para a frequência fundamental da estrutura, estiver abaixo da curva do respectivo tipo de ambiente ocupado.

### 3.4.2 *Frequência fundamental ou deslocamento vertical*

Dentre as hipóteses de cálculo, cada estrutura é projetada para receber diferentes tipos de ações humanas, como as de caminhar (escritórios e residências) ou que envolvam saltos e danças (academias). No entanto, mesmo projetada para o primeiro tipo de atividade, a estrutura pode ser submetida a saltos inesperados, seja por apenas um indivíduo ou a um grupo, que pode acarretar em altos níveis de vibração, e, portanto, incômodo aos usuários do ambiente. Considerando a possibilidade da ocorrência de saltos inesperados, a NBR 8800:2008, Smith, Hicks e Devine (2009) e Murray et al. (2016) consideram como requisito mínimo para aceitação da estrutura que sua frequência fundamental não pode ser inferior a 3 Hz.

Além disso, a NBR 8800:2008 define seus critérios de aceitabilidade para diferentes ocupações baseado no valor de frequência fundamental mínima, no entanto sem apresentar um procedimento para seu cálculo. Como alternativa, sugere apenas critérios de deslocamento máximo. A Tabela 6 apresenta os valores mínimos em uma análise por frequências fundamentais e máximos em uma análise por deslocamentos verticais, para diferentes ocupações.

Tabela 6 – Critérios de aceitabilidade dos pisos

Atividade	Frequência mínima (Hz)	Deslocamento máximo (mm)
Caminhar	4	20
Danças	6	9
Atividades Aeróbicas	8	5

Fonte: Adaptado da NBR 8800:2008

### 3.4.3 Aceleração da raiz do quadrado médio

O uso do critério de aceleração de pico muitas vezes pode levar a um superdimensionamento da estrutura, pois este valor pode ocorrer como um pico isolado, não representando bem o histórico de acelerações ao longo do tempo na estrutura.

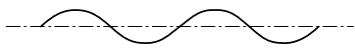

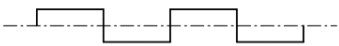
Por outro lado, a aceleração da raiz do quadrado médio ( $a_{rms}$ ) é determinada com um pós-processamento do histórico de acelerações ao longo do intervalo de tempo analisado. Este valor se torna mais representativo, pois considera um valor intermediário, que é ponderado pelo número de repetições dos valores de aceleração. A ISO 2631 - 1:1997 descreve como determinar esta aceleração, também chamada de valor médio quadrático da aceleração ao longo do tempo. Este valor é calculado pela equação (36):

$$a_{rms} = \left( \frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

em que  $a_w$  são os valores do histórico de aceleração, obtidos através de análises numéricas ou ensaios experimentais, em uma duração de medição  $T$  e  $t$  é a variável tempo.

A aceleração *rms* pode ser determinada de forma simplificada, a partir do valor de aceleração de pico. Smith, Hicks e Devine (2009) sugerem relações entre estas acelerações, de acordo com o formato da curva base de histórico de acelerações, como disposto na Tabela 7.

Tabela 7 – Correlação entre  $a_p$  e  $a_{rms}$

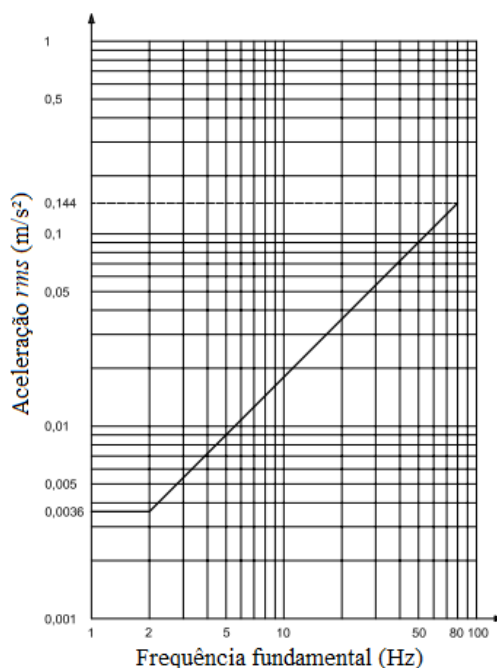
Curva	Formato	$a_p$	$a_{rms}$
	Sinusoidal	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
	Triangular	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	Quadrado	1	1

Fonte: Adaptado de Smith, Hicks e Devine (2009)

De acordo com a ISO 10137:2007, a ISO 2631-2:1989 foi substituída pela ISO 2631-2:2003. No entanto esta última não apresenta nenhum guia relacionado aos critérios de aceitação para vibrações. Desta forma, ainda é relevante utilizar o método da aceleração *rms*, com os critérios de aceitabilidade apresentados na ISO 2631-2:1989. Estes critérios são determinados a partir de curvas bases (Figura 22 a Figura 24), que variam de acordo com frequência fundamental da estrutura e com direção de medição (Figura 7), e de fatores multiplicadores, que dependem do tipo de atividade realizada no ambiente e com o turno do dia. O valor máximo para aceitabilidade do ambiente é determinado pelo produto entre o valor da curva base e o fator multiplicador do ambiente.

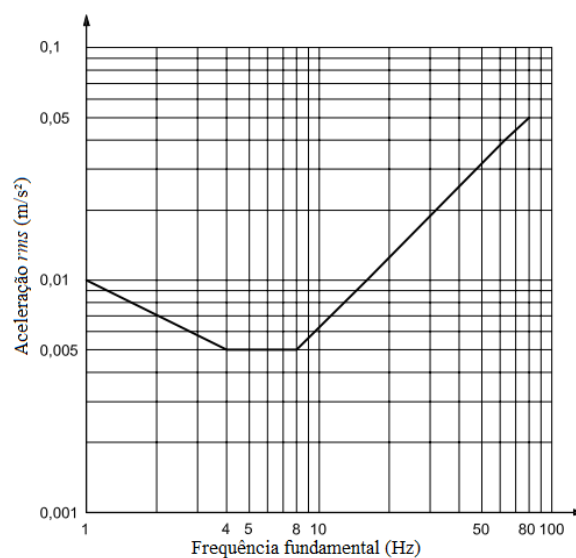
Além disso, a verificação do limite máximo varia de acordo com a direção da medição, sendo o plano XY paralelo ao plano do piso e o eixo Z perpendicular a este plano. Caso não seja conhecida a direção de medição das acelerações, a ISO 2621-2:1989 dispõe de uma curva base com a combinação das curvas das três direções. As curvas para as direções X ou Y, para a direção Z e para a combinação das direções são apresentadas na Figura 22, Figura 23 e Figura 24, respectivamente.

Figura 22 – Curva base para as direções X e Y



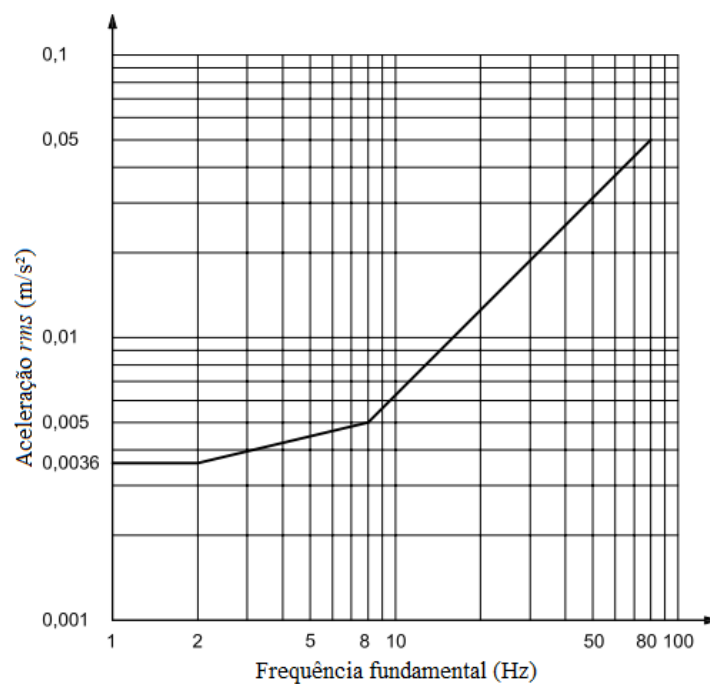
Fonte: Adaptado da ISO 2631-2:1989

Figura 23 – Curva base para a direção Z



Fonte: Adaptado da ISO 2631-2:1989

Figura 24 – Curva base para a combinação das direções X, Y e Z



Fonte: Adaptado da ISO 2631-2:1989

A Tabela 8 apresenta os coeficientes de majoração das acelerações  $rms$  para vibrações contínuas (aquelas com duração superior a 30 minutos em um período de 24

horas) ou intermitentes (aquelas que ocorrem mais de 10 eventos a cada 24 horas), em diferentes ambientes e turnos.

Tabela 8 – Fatores multiplicadores para cálculo da aceleração *rms*

Ambiente	Turno	Fatores multiplicadores <sup>a</sup>
		Vibração contínua ou intermitente <sup>b</sup>
Hospitais ou Laboratórios	Dia	1
	Noite	1
Residências	Dia	2 a 4 <sup>c</sup>
	Noite	1,4
Escritórios	Dia	4
	Noite	4
Oficinas <sup>d</sup>	Dia	8
	Noite	8

Fonte: Adaptado de ISO 2631-2:1989

*Nota 1:* Para avaliar os efeitos de um sinal de vibração contendo dois ou mais componentes de frequência discretos, o método da raiz média quadrática (*rmq.*) pode ser empregado (consultar a ISO 2631-2: 1989, Anexo B).

*Nota 2:* Esta tabela foi adaptada da ISO 2631-2: 1989, Anexo A.

<sup>a</sup> Esses fatores conduzem a magnitudes de vibração, as quais a probabilidade de comentários adversos é baixa (qualquer ruído acústico causado por vibração estrutural não é considerado).

<sup>b</sup> A duplicação das magnitudes de vibração sugeridas pode resultar em comentários adversos e isso pode aumentar significativamente se as magnitudes forem quadruplicadas (quando disponíveis, as curvas de dose/resposta podem ser ocultadas).

<sup>c</sup> Nas áreas residenciais, as pessoas exibem grandes variações de tolerância à vibração. Valores específicos dependem de fatores sociais e culturais, atitudes psicológicas e grau esperado de intrusão.

<sup>d</sup> A vibração que atua sobre os operadores de certos processos, como forjas ou trituradores, que vibram nos locais de trabalho, pode estar em uma categoria separada das áreas da oficina consideradas na Tabela 8. As magnitudes de vibração especificadas na ISO 2631-1:1997 seriam aplicadas aos operadores dos processos excitantes.

Wyatt (1989) sugeriu diferentes fatores de majoração que independem do turno, igual a 8 para escritórios e 4 para centros comerciais.



De acordo com a ISO 2631-1:1997, quando se realiza uma análise voltada aos critérios de aceitabilidade de conforto humano, deve-se utilizar os valores base da curva referente à direção Z.

A análise através do critério da raiz média quadrada é apropriada para os casos os quais a relação entre a aceleração e pico e a aceleração *rms* satisfaça a inequação (37) (ISO 10137:2007).

$$\frac{a_p}{a_{rms}} \leq 6 \quad (37)$$

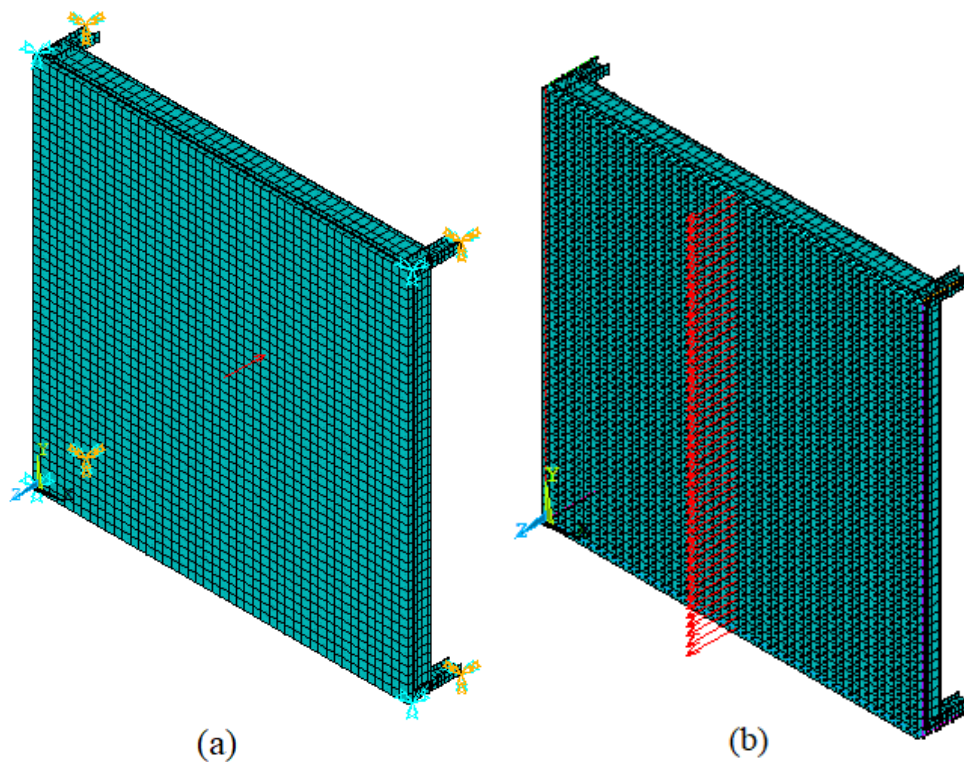
### 3.5 Modelos de carregamentos dinâmicos

O carregamento dinâmico gerado por pessoas praticando atividades de caminhar é uma questão que ainda não é completamente compreendida. Diversos autores sugerem diferentes maneiras de representar seus efeitos em pisos, desde metodologias mais simplificadas a metodologias computacionalmente inviáveis ou com poucos estudos na área.

Ebrahimpour e Sack (1989) sugerem que as ações geradas por pessoas podem ser definidas como cargas pontuais que variam no domínio do tempo e que a resposta da estrutura pode ser obtida realizando simulações variando o tempo e o espaço. Porém, complementam que tal procedimento pode provocar grande custo computacional, sugerindo que a carga seja simplesmente distribuída na área de maneira uniforme. Esta abordagem é utilizada atualmente nos procedimentos simplificados, como o apresentado por Murray et al. (2016), SCI P354 e a NBR 8800:2008.

Nas últimas décadas diversos autores realizaram estudos experimentais, com o objetivo de viabilizar funções analíticas que representem os carregamentos dinâmicos. Por sua vez, estes podem ser aplicados somente em um ponto, cuja carga varia no domínio do tempo (Figura 25a) ou distribuída ao longo do trajeto que é realizada a caminhada e, portanto, garantindo uma variação no domínio do tempo e do espaço (Figura 25b).

Figura 25 – Carregamento dinâmico aplicado (a) em um único ponto e (b) distribuído no trajeto da caminhada



A seguir serão apresentados alguns dos modelos matemáticos que representam as atividades humanas de caminhar.

### 3.5.1 *Série de Fourier*

Uma das primeiras maneiras de representar o caminhar humano foi com o uso de séries de Fourier. Esta função se caracteriza como um somatório de funções sinusoidais, onde cada termo é denominado harmônico (i), caracterizado por uma amplitude de força (F), o peso estático de uma pessoa (P), por coeficientes dinâmicos ( $\alpha_i$ ), pela frequência de passo ( $f_{s,i}$ ), pelos ângulos de fase ( $\varphi_i$ ) e que varia no domínio do tempo (t), conforme equação (38).

$$F(t) = P \left( 1 + \sum_{i=1}^n \cos(2\pi\alpha_i f_{s,i} t + \varphi_i) \right) \quad (38)$$

Diversos autores utilizaram este modelo para representar o caminhar humano em análises numéricas, baseados nos resultados obtidos através de plataformas instrumentadas. Os trabalhos a utilizarem este modelo foram realizados por Ohlsson (1982, apud VARELA, 2004), Allen, Rainer e Pernica (1985) e Bachmann e Amann (1987).

Segundo Allen, Rainer e Pernica (1985), todas as cargas geradas por atividades humanas podem ser representadas por séries de Fourier, cujo número de harmônicos pode variar de três a dez, dependendo da frequência de passo da atividade. Com base nisto, Mouring e Ellingwood (1994) buscaram ajustar analiticamente, baseados neste modelo, as atividades de caminhar com diferentes frequências de passo (Figura 14).

Desta forma, a realização de ensaios em plataformas visa a obtenção da força de reação do piso para cada passo, a fim de realizar uma sobreposição das forças aplicadas por ambos os pés (Figura 11) e, com isso, obter os coeficientes dinâmicos (ou fatores de carregamento dinâmico) para a atividade ensaiada, em diferentes frequências de passo e harmônicos (Figura 9). A Tabela 9 apresenta um resumo das variáveis para o uso das series de Fourier, propostos por diversos autores.

Tabela 9 – Dados dos quatro primeiros harmônicos

Referência	P (N)	$f_s$ (Hz)	Coeficientes dinâmicos ( $\alpha_i$ )	Ângulos de fase ( $\varphi_i$ ) (rad)
Rainer, Pernica e Allen (1988) e Allen e Murray (1993)	700	1,6-2,2	0,5; 0,2; 0,1; 0,05	-
Willford, Young e Field (2007); Smith Hicks e Devine (2007) e Davis e Murray (2010)	750	1,6-2,2	0,4; 0,07; 0,06; 0,05	0; $-\pi/2$ ; $\pi$ ; $\pi/2$
Bachmaann et al. (1995)*	700	1,6-2,4	0,4; 0,1; 0,1	0; $\pi/2$ ; $\pi/2$
Mello et al. (2008) e Figueiredo et al. (2008)	700	1,6-2,2	0,5; 0,2; 0,1; 0,05	0; $\pi/2$ ; $\pi/2$ ; $\pi/2$
Varela e Battista (2009)	700	1,6-2,2	Equações (1) a (4)	0; $\pi/2$ ; $\pi$ ; $3\pi/2$

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

\* Estes autores apresentaram os dados apenas para os três primeiros harmônicos.

O número de termos a ser utilizado nas séries de Fourier é uma questão discutida por alguns autores. Ohlsson (1982, apud VARELA, 2004) e Ebrahimpur e Sack (1996) consideram que os primeiros três termos da série de Fourier são suficientes para descrever com precisão o caminhar humano. No entanto, segundo Varela e Battista (2009), existe a possibilidade de que a frequência fundamental da estrutura apresente valores próximos a frequência do quarto harmônico das atividades de caminhar, provocando, por consequência, a amplificação das respostas dinâmicas da estrutura. Portanto, estes autores sugerem o uso de quatro harmônicos para a representação do caminhar humano.

Devido ao grande uso de séries de Fourier em trabalhos computacionais, Smith, Hicks e Devine (2007) e Murray et al. (2016) sugerem sua aplicação em análises numéricas, a fim de representar as diversas atividades humanas (caminhar, corrida, atividades aeróbicas, saltos, danças de grupos ou caminhar descendo escadas), variando os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase para cada tipo de atividade.

Davis (2008) realizou uma série de ensaios em pisos classificados de baixas frequências fundamentais, modelando-os computacionalmente, e representou as atividades de caminhar com o uso de séries de Fourier e com o modelo de função resposta de frequência (item 3.5.3), comparando os resultados experimentais e numéricos entre si e com os limites de aceitabilidade dispostos em normas internacionais (MURRAY et al., 1997; ISO 2631-2:1989).

Liu (2015), realizou um procedimento mais amplo que Davis (2008), executando ensaios experimentais em pisos de baixa e alta frequência fundamental, posteriormente modelando-os com a aplicação de séries de Fourier para a representação das atividades de caminhar humano.

Outros autores utilizaram este modelo matemático em trabalhos numéricos. Souza et al. (2003) analisaram três pisos genéricos, aplicando a série de Fourier para atividades de caminhar, a fim de verificar a aceitabilidade dos pisos de acordo com o critério de aceleração de pico e de *rms*. Cunha e Argolo (2021, no prelo) realizaram a modelagem numérica de 10 pisos mistos de aço e concreto, sujeitos a atividades de caminhar, com o intuito de avaliar a qualidade dos métodos simplificados propostos pela NBR 8800:2008 e por Murray et al. (2016).

No entanto, todas as análises realizadas pelos supracitados autores consideraram o carregamento dinâmico variando unicamente no tempo, ou seja, a carga foi aplicada em apenas um ponto da estrutura (Figura 25a). Enquanto que Mello et al. (2008) e Figueiredo et al. (2008) realizaram análises em pisos mistos de aço e concreto genéricos, aplicando a série de Fourier nas duas situações representadas na Figura 25.

Campista e Silva (2018) realizaram estudos numéricos relacionados a atividades rítmicas, comparando diferentes modelos de carregamento, dentre eles as séries de Fourier. No entanto, estes autores ressaltaram que as atividades humanas são complexas, pois a interação pessoas-estrutura influencia não somente na aplicação de carga, mas também no aumento do amortecimento da estrutura, fato previamente observado em outros estudos experimentais (item 3.6). Com base nisto, estes autores concluem que é necessário realizar melhores análises quanto a qualidade dos resultados proporcionados por este modelo, pois pode haver uma majoração das respostas de aceleração.

### 3.5.2 *Modelo de uma componente harmônica*

O modelo de uma componente harmônica é semelhante às séries de Fourier, representado pela equação (39), o qual utiliza os mesmos dados dispostos na Tabela 9.

$$F(t) = P\alpha_i \cos(2\pi f_{s,i} t) \quad (39)$$

Este modelo considera que a frequência de excitação deve estar o mais próximo possível da frequência fundamental da estrutura. Desta forma, esta única componente seria capaz de produzir o fenômeno da ressonância e, por consequência, provocar a máxima excitação da estrutura.

Alguns trabalhos utilizaram este modelo, dentre eles destaca-se o de Dietrich et al. (2014), que modelaram diversos pisos, variando o comprimento da viga principal e o espaçamento entre vigas secundárias. Estes autores avaliaram os modelos através da metodologia simplificada dada por Murray, Allen e Ungar (1997) e os compararam aos resultados obtidos das análises numéricas, com o objetivo de verificar a influência dos vãos na qualidade da metodologia simplificada. Chen, Zhang e Zhang (2017) analisaram a influência no número de lajes e do coeficiente de amortecimento nas respostas

dinâmicas. Para isto, foram analisados numericamente três diferentes estruturas: uma laje isolada, quatro lajes (formando um pavimento completo) e dois pavimentos.

Além disso, Mello et al. (2008) e Figueiredo et al. (2008) também utilizaram este modelo para a análise de pisos e passarelas mistas de aço e concreto, respectivamente. No entanto, com base nos resultados apresentados por estes autores, é possível observar que este modelo apresentou respostas de aceleração de pico inferiores as obtidas com o uso de séries de Fourier, com condições de aplicação análogas.

### 3.5.3 Função Resposta de Frequência (FRF)

O método da função resposta de frequência tem como principal objetivo verificar a aceitabilidade do piso para respostas no domínio da frequência.

Inicialmente desenvolvido por Barret (2006), o método propunha a geração de curvas da razão entre a aceleração máxima e o peso estático de um ocupante, variando de acordo com a frequência fundamental da estrutura. Este modelo foi elaborado com base na equação de aceleração de pico dada por Murray, Allen e Ungar (1997), aqui apresentada na equação (20). A equação (40) apresenta o primeiro modelo do critério da função resposta de frequência, para o caso de ocupações de pisos, escolas ou igrejas, em que  $f$  é a frequência analisada.

$$A(f) \cong 0,03e^{0,35f} \quad (40)$$

Para que um piso seja aceitável quanto a critérios de vibração, o valor da aceleração, no domínio da frequência, deve estar abaixo do resultado da equação (40). Barret (2006) comenta que a vantagem do uso deste método é a facilidade para a automação em programas de elementos finitos, porém o método ainda necessitava de mais estudos teóricos e práticos.

O modelo de FRF foi posteriormente utilizado por Davis (2008), Davis e Murray (2010) e Liu (2015), de modo a aperfeiçoar o método. A versão mais recente do modelo foi apresentada por Murray et al. (2016) para a aplicação em análise por elementos finitos.

A aplicação do método inicia-se no modelo de elementos finitos, após a criação da geometria, a definição da malha e das condições de contorno. A aplicação do carregamento deve ser realizada com o uso de uma carga unitária sinusoidal. Barret (2006), sugere que a carga seja aplicada no ponto de maior deslocamento da análise modal, a fim de determinar a máxima aceleração em toda a estrutura. Após isto, deve-se realizar uma análise harmônica, com o objetivo de obter os valores de aceleração do nó desejado em função da frequência. O cálculo da aceleração máxima é dado pela equação (41) e deve ser comparada aos limites da Figura 21:

$$a_p = FRF_{\max} \alpha Q \rho \quad (41)$$

em que  $FRF_{\max}$  é o máximo valor da função de resposta de frequência, relativo à aceleração da gravidade, obtido na análise numérica,  $\alpha$  é o coeficiente dinâmico, dado pela equação (42),  $Q$  é a carga estática dos ocupantes do piso, adotada igual a 700 N.

$$\alpha = 0,09e^{-0,075f_n} \quad (42)$$

$$\rho = \begin{cases} 50\xi, & \text{se } \xi < 0,01 \\ 12,5\xi + 0,625, & \text{se } 0,01 \leq \xi < 0,03 \\ 1, & \text{se } \xi \geq 0,03 \end{cases} \quad (43)$$

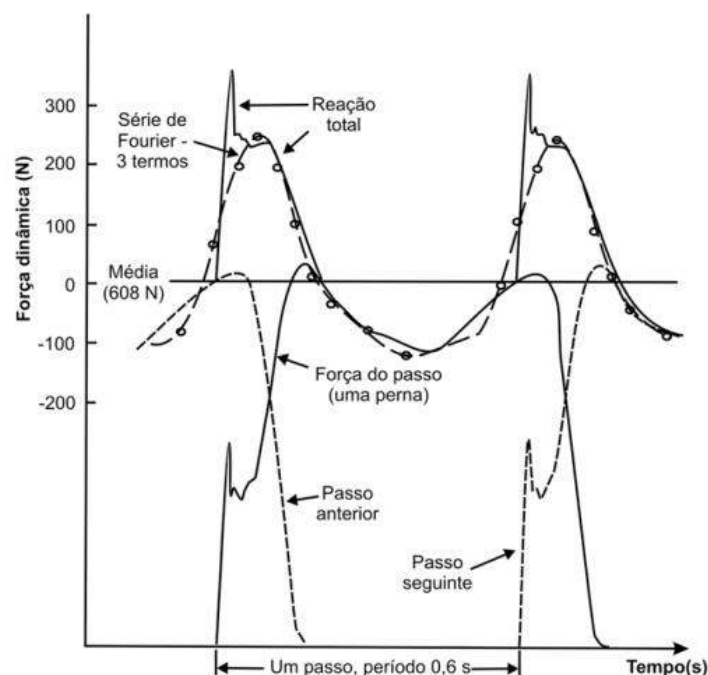
Em que  $f_n$  é a frequência de vibração do piso, para a respectiva FRF adotada

#### 3.5.4 Modelo de Varela e Battista (2009)

As séries de Fourier sempre foram muito utilizadas nos trabalhos devido a facilidade de aplicação. No entanto, este modelo pode não ser totalmente fiel às respostas de força devido ao caminhar humano.

Ohlsson (1992) realizou diversos ensaios com pessoas caminhando em uma plataforma rígida instrumentada, a fim de obter a reação da força aplicada por pessoas caminhando. A Figura 26 apresenta a resposta do piso para o passo de cada perna e a sobreposição, obtidas por Ohlsson (1992, apud VARELA, 2004).

Figura 26 – Força típica aplicada por uma pessoa caminhando em um piso rígido



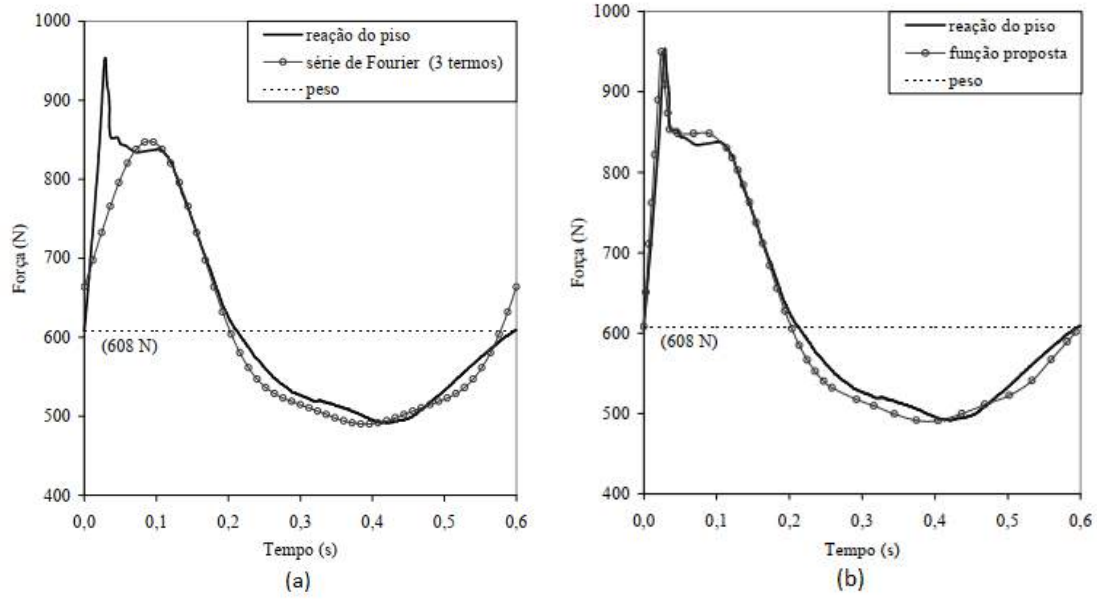
Fonte: Ohlsson (1982, apud VARELA, 2004)

Com base nos resultados obtidos por Ohlsson (1982) e nos coeficientes dinâmicos obtidos por Rainer, Pernica e Allen (1988), Varela e Battista (2009), propuseram um novo modelo representativo para o caminhar humano. Este modelo difere-se das séries de Fourier por considerar o efeito do impacto do calcanhar durante a caminhada, que provoca uma maior amplitude da força aplicada no piso, como mostrado na curva da reação total do piso da Figura 26.

O modelo proposto ajusta-se melhor à resposta do piso obtida por Ohlsson (1982), em comparação com o modelo de séries de Fourier, por conseguir considerar o efeito do impacto que o calcanhar causa durante a caminhada. A Figura 27 apresenta esta comparação.



Figura 27 – Comparação de uma série de Fourier com a resposta do piso (a) e comparação do modelo proposto com a resposta do piso (b)



Fonte: Varela e Battista (2009)

Para obter tal ajuste, Varela e Battista (2009) propuseram a divisão da força devido ao caminhar em cinco parcelas, dentro do período de um passo ( $T_p$ ). As equações (44) a (48) apresentam o modelo proposto por Varela e Battista (2009), em que (44) é válida para  $0 \leq t < 0,04T_p$ , (45) para  $0,04T_p \leq t < 0,06T_p$ , (46) para  $0,06T_p \leq t < 0,15T_p$ , (47) para  $0,15T_p \leq t < 0,90T_p$  e (48) para  $0,90T_p \leq t \leq T_p$ :

$$F_1(t) = \left( \frac{f_{mi}F_m - P}{0,04T_p} \right) t + P \quad (44)$$

$$F_2(t) = f_{mi}F_m \left[ \frac{C_1(t - 0,04T_p)}{0,02T_p} + 1 \right] \quad (45)$$

$$F_3(t) = F_m \quad (46)$$

$$F_4(t) = P + \sum_{i=1}^n P\alpha_i \sin[2\pi f_{s,i}(t + 0,1T_p) - \phi_i] \quad (47)$$

$$F_5(t) = 10(P - C_2) \left( \frac{t}{T_p} - 1 \right) + P \quad (48)$$

sendo  $P$  a carga estática do corpo humano,  $F_m$  é o máximo valor da série de Fourier, dado pela equação (49),  $f_{mi}$  é o fator de majoração do impacto do calcanhar, ou seja, a relação entre o valor máximo do pico referente ao impacto do calcanhar e o valor de  $F_m$ ,  $n$  é o número de harmônicos da série de Fourier a serem considerados e  $C_1$  e  $C_2$  são coeficientes dados pelas equações (50) e (51), respectivamente.

$$F_m = P \left( 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) \quad (49)$$

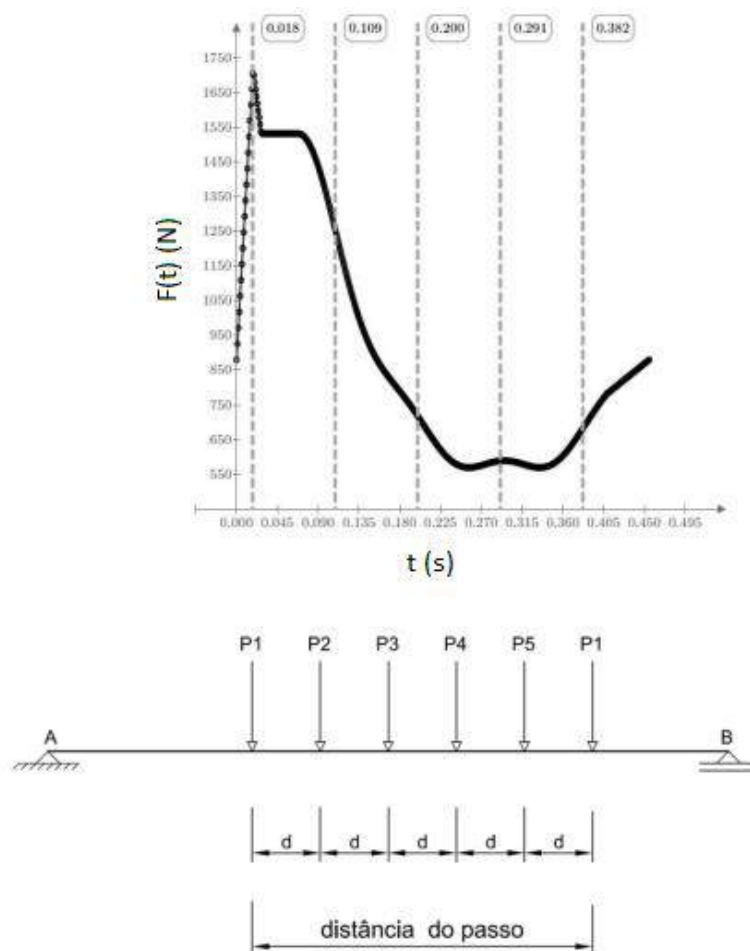
$$C_1 = \left( \frac{1}{f_{mi}} - 1 \right) \quad (50)$$

$$C_2 = \begin{cases} P(1 - \alpha_2), & \text{se } n = 3 \\ P(1 - \alpha_2 + \alpha_4), & \text{se } n = 4 \end{cases} \quad (51)$$

O valor do coeficiente de impacto do calcanhar apresenta uma grande variação, pois além do fator pessoal, existe a influência do tipo de calçado utilizado, portanto, varia consideravelmente entre pessoas (KERR, 1998). Para o ajuste realizado na Figura 27b, foi adotado um fator de majoração do impacto do calcanhar igual a 1,12 e nos trabalhos desenvolvidos por Varela e Battista (2009) o valor variou entre 1,12 e 1,45, de acordo com a frequência de passo e com os efeitos de multidão. Além disso, estes autores recomendam o uso de quatro harmônios para os cálculos, devido a possibilidade de a frequência fundamental do piso ser um múltiplo da frequência de passo.

Varela (2004), a partir do seu equacionamento, propôs um novo modo de analisar a vibração em pisos. Até o período da realização de seu trabalho, todos estudos aplicavam a carga somente em um ponto, com intensidade variando ao longo do tempo. Para considerar os efeitos da caminhada humana de forma mais precisa, foi proposto que a carga fosse aplicada ao longo da trajetória percorrida pela pessoa, desta forma o carregamento seria variável no domínio do tempo e distribuído espacialmente. A Figura 28 demonstra como esta análise poderia ser efetuada, sendo  $d$  o tamanho da malha.

Figura 28 – Variação temporal e espacial proposta por Varela e Battista (2009)



Fonte: Adaptado de Pinto (2015)

Este tipo de análise passou a se tornar mais comum. Mello et al. (2008) realizaram um estudo verificando a influência de modelos de equacionamentos nas respostas de aceleração do piso. Dentre os modelos utilizados, foi empregado o modelo de um único harmônico, a série de Fourier e o modelo proposto por Varela (2004). De forma análoga, Figueiredo et al. (2008) realizou um estudo semelhante, no entanto a análise foi realizada em passarelas. Em ambos os trabalhos, estes autores realizaram a verificação com a carga aplicada somente em um ponto e distribuída ao longo do trajeto.

O modelo proposto por Varela e Battista (2009) também foi utilizado por Pinto (2015). Este autor, com o intuito de analisar as propriedades dinâmicas de estruturas reais, como frequência fundamental e aceleração *rms* devido a pessoas caminhando, modelou cinco estruturas mistas de aço e concreto. A validade do modelo foi verificada a partir da comparação de seus resultados com os obtidos experimentalmente por Silva Junior (2015), que ensaiou as mesmas estruturas, localizadas na cidade de Viçosa, Minas Gerais.

### 3.5.5 Modelo de força aplicada por um único pé (LI et al. 2010)

Vibrações excessivas em passarelas se tornaram um problema recorrente nas últimas décadas, devido ao aumento das construções com grandes vãos e em estruturas de aço ou mistas de aço e concreto, como por exemplo a Ponte do Milénio, necessitando de estudos desse tipo de estrutura sob a ação de cargas de multidão.

Com base nisto, Li et al. (2010) avaliaram a intensidade do carregamento humano para pontes de pedestres, partindo do modelo de séries de Fourier. O equacionamento proposto é caracterizado por considerar apenas os efeitos da ação vertical e força aplicada por um único pé, sem a sobreposição das forças aplicadas pelos dois pés, como ocorre com as séries de Fourier. Este modelo tem como vantagem dispensar o uso de ângulos de fase, que por sua vez não possuem significado físico totalmente conhecidos (LI et al. 2010).

Portanto, o modelo pode ser definido segundo a equação (52), válido para o intervalo do tempo de impacto do pé durante um passo ( $0 \leq t \leq T_p$ ):

$$F(t) = P \sum_{i=1}^n A_i \sin\left(\frac{\pi i}{T_p} t\right) \quad (52)$$

em que  $A_i$  são os coeficientes dinâmicos deduzidos por Li et al. (2010), através do métodos de mínimos quadrados, dados nas equações (53) a (57).

$$A_1 = \begin{cases} -0,0698f_s + 1,211, & \text{se } 1,6 \text{ Hz} \leq f_s < 2,32 \text{ Hz} \\ -0,1784f_s + 1,463, & \text{se } 2,32 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2,4 \text{ Hz} \end{cases} \quad (53)$$

$$A_2 = \begin{cases} 0,1052f_s - 0,1284, & \text{se } 1,6 \text{ Hz} \leq f_s < 2,32 \text{ Hz} \\ -0,4716f_s + 1,210, & \text{se } 2,32 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2,4 \text{ Hz} \end{cases} \quad (54)$$

$$A_3 = \begin{cases} 0,3002f_s - 0,1534, & \text{se } 1,6 \text{ Hz} \leq f_s < 2,32 \text{ Hz} \\ -0,0118f_s + 0,5703, & \text{se } 2,32 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2,4 \text{ Hz} \end{cases} \quad (55)$$

$$A_4 = \begin{cases} 0,0416f_s - 0,0288, & \text{se } 1,6 \text{ Hz} \leq f_s < 2,32 \text{ Hz} \\ -0,2600f_s + 0,6711, & \text{se } 2,32 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2,4 \text{ Hz} \end{cases} \quad (56)$$

$$A_5 = \begin{cases} -0,0275f_s + 0,0608, & \text{se } 1,6 \text{ Hz} \leq f_s < 2,32 \text{ Hz} \\ 0,0906f_s - 0,2132, & \text{se } 2,32 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2,4 \text{ Hz} \end{cases} \quad (57)$$

Li et al. (2010) acrescentam que para as séries de Fourier só foi possível, até o momento, obter valores para os primeiros quatro coeficientes dinâmicos, enquanto que a dedução do modelo proposto permite a obtenção de cinco coeficientes, devido ao baixo número de restrições que relacionam o modelo de passo único com o as respostas de passos contínuos.

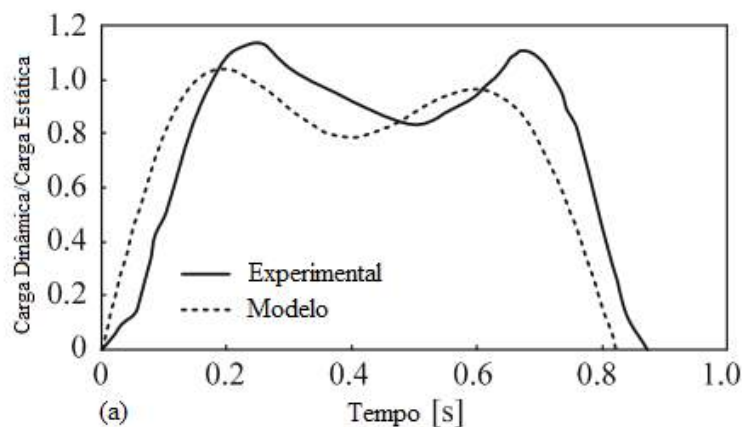
Além disso, durante o período de um passo, ocorre um momento no qual ambos os pés estão em contato simultâneo com o piso. Segundo Ebrahimpour et al. (1996), o valor médio da razão entre período de um passo e o período que ambos estão em contato com o piso é igual a 4,165. Portanto, o tempo que apenas um pé está em contato com o piso pode ser adotado igual a  $0,76T_p$  e o período em que há contato simultâneo, igual a  $0,24T_p$ .

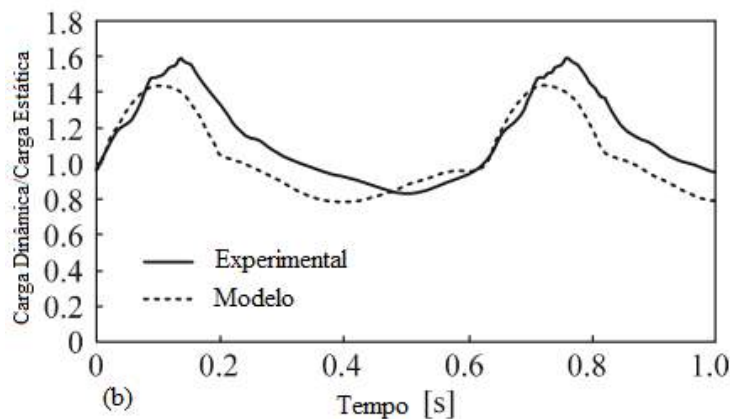
Isto posto, o modelo de força aplicada por um único pé pode ser reescrito pela equação (58), para  $0 \leq t < 0,24T_p$ , e pela equação (52), para  $0,24T_p \leq t \leq T_p$ .

$$F(t) = P \sum_{i=1}^n A_i \left\{ \text{sen} \left( \frac{\pi i}{T_p} \right) t + \text{sen} \left( \frac{\pi i}{T_p} \right) (t + 0,76T_p) \right\} \quad (58)$$

O modelo proposto foi testado primeiramente por Li et al. (2010) comparando com os resultados experimentais obtidos por Kerr (1998) para a resposta de força aplicada por um único pé e para a sobreposição de passos, apresentado na Figura 29.

Figura 29 – Comparação do modelo proposto para um único pé (a) e para uma caminhada contínua (b)





Fonte: Adaptado de Li et al. (2010)

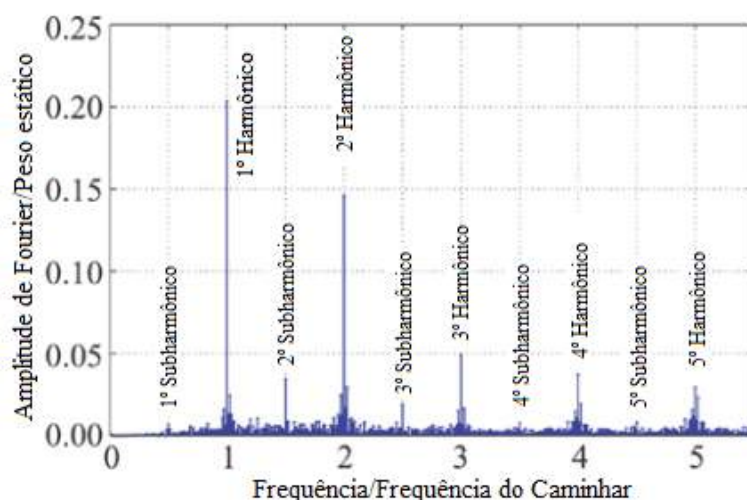
Van Nimmen et al. (2014), realizaram análises experimentais em uma passarela, localizada em Eeklo, na Bélgica, comparando os resultados com o modelo numérico desenvolvido, representando os efeitos de multidão com o equacionamento proposto por Li et al. (2010). Van Nimmen et al. (2016), utilizaram o modelo proposto por Li et al. (2010) com o intuito de comparar os resultados numéricos a modelos simplificados e a resultados obtidos experimentalmente após ensaiar uma passarela localizada em Charleroi, na Bélgica.

### 3.5.6 Modelo probabilístico (ZIVANOVIC e PAVIC, 2007)

As atividades humanas são de difícil caracterização, principalmente as atividades de caminhar. Brownjohn, Pavic e Omenzetter (2004) consideram-na como uma força não periódica, ou seja, um processo aleatório com uma banda de frequências estreita.

De acordo com Zivanovic e Pavic (2007), esta consideração pode acarretar em um vazamento de energia próximo aos harmônicos principais, no intervalo de 1,6 Hz a 2,2 Hz, como mostrado na Figura 30.

Figura 30 – Amplitude do espectro de Fourier



Fonte: Adaptado de Zivanovic e Pavic (2007)

Desta forma, Zivanovic e Pavic (2007) propõem a formulação de um modelo para multi-harmônicos, que inclui os harmônicos usualmente utilizados nos demais modelos presentes na literatura e os subharmônicos. Este modelo tem como base os resultados experimentais de pessoas caminhando em uma esteira obtidos por Brownjohn, Pavic e Omenzetter (2004) e com coeficientes dinâmicos (DLF) propostos por Kerr (1998), que representa a resposta de uma única pessoa caminhando, admitindo-a como uma função sinusoidal.

A denominação de probabilístico se deve por considerar as variações que podem ocorrer entre pessoas, acarretando na possibilidade dos subharmônicos apresentarem influencia considerável nos resultados.

Os coeficientes dinâmicos utilizados neste modelo foram obtidos por Kerr (1998) a partir do ajuste dos resultados experimentais obtidos pelo autor, mediante o uso de função de distribuição de probabilidade normal, empregando o valor médio. Desta forma, o primeiro coeficiente dinâmico proposto por Kerr (1998) é dado pela equação (59), enquanto que a Tabela 10 apresenta os coeficientes do segundo ao quinto harmônico.

$$DLF_1 = -0,2649f_s^3 + 1,3206f_s^2 - 1,7597f_s + 0,7613 \quad (59)$$

Tabela 10 – Coeficientes dinâmicos (DLF<sub>i</sub>)

Harmônico	Média	Desvio padrão
2º	0,07	0,02
3º	0,05	0,02
4º	0,05	0,02
5º	0,03	0,015

Fonte: Adaptado de Kerr (1998)

Os ângulos de fase foram obtidos a partir da análise dos resultados de Brownjohn, Pavic e Omenzetter (2004), verificando que se distribuíram de modo uniforme no intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Por fim, a frequência de passo para cada subharmônico é considerada com valor no intervalo  $[0,25-0,75]f_s$ .

Com base nos resultados experimentais em esteiras, os coeficientes dinâmicos para os subharmônicos (DLF<sub>i</sub><sup>s</sup>) podem ser calculados através das equações (60) a (64), dependentes do valor do primeiro coeficiente dinâmico.

$$DLF_1^s = 0,026DLF_1 + 0,0031 \quad (60)$$

$$DLF_2^s = 0,074DLF_1 + 0,01 \quad (61)$$

$$DLF_3^s = 0,012DLF_1 + 0,016 \quad (62)$$

$$DLF_4^s = 0,013DLF_1 + 0,0093 \quad (63)$$

$$DLF_5^s = 0,015DLF_1 + 0,0072 \quad (64)$$

O modelo proposto por Zivanovic e Pavic (2007) é dado pelas equações (65) a (67):

$$F_i(t) = P \times DLF_i \times \sum_{f_j=i-0,25}^{i+0,25} DLF_{n,i}(f_j) \cos(2\pi f_j f_s t + \phi(f_j)) \quad (65)$$

$$F_i^s(t) = P \times DLF_i^s \times \sum_{f_j^s=i-0,75}^{i-0,25} DLF_{n,i}^s(f_j^s) \cos(2\pi f_j^s f_s t + \phi(f_j^s)) \quad (66)$$

$$F(t) = \sum_{i=1}^5 F_i(t) + \sum_{i=1}^5 F_i^s(t) \quad (67)$$

em que o subscrito “s” é referente aos subharmônicos, P é a carga estática do corpo humano, definida igual a 750N, f<sub>j</sub> é a razão entre o valor da frequência analisada e a



frequência de passo e pertence ao intervalo  $[i - 0,25, i + 0,25)$  para os harmônicos e  $[i - 0,75, i - 0,25)$ , para os subharmônicos.  $DLF_{n,i}(f_j)$  são os coeficientes dinâmicos normalizados, que podem ser obtidos pela equação (68) e (69), para os harmônicos e subharmônicos, respectivamente, em quantos termos sejam desejados, e  $\varphi_i(f_j)$  são os ângulos de fase distribuídos de forma uniforme no intervalo  $[-\pi, \pi]$ .

$$DLF_{n,i}(f_j) = a_{i,1}e^{-\left(\frac{f_j - b_{i,1}}{c_{i,1}}\right)^2} + a_{i,2}e^{-\left(\frac{f_j - b_{i,2}}{c_{i,2}}\right)^2} + a_{i,3}e^{-\left(\frac{f_j - b_{i,3}}{c_{i,3}}\right)^2} \quad (68)$$

$$DLF_{n,i}^s(f_j) = a_{i,1}^s e^{-\left(\frac{f_j - b_{i,1}^s}{c_{i,1}^s}\right)^2} + a_{i,2}^s e^{-\left(\frac{f_j - b_{i,2}^s}{c_{i,2}^s}\right)^2} \quad (69)$$

em que  $a_{i,k}$ ,  $b_{i,k}$ ,  $c_{i,k}$ , ( $k = 1, 2, 3$ ) e  $a_{i,j}^s$ ,  $b_{i,j}^s$ ,  $c_{i,j}^s$  ( $j = 1, 2$ ), estão dispostos na Tabela 11 e Tabela 12, respectivamente.

Tabela 11 – Coeficientes para harmônicos do modelo probabilístico

i	1	2	3	4	5
$a_{i,1}$	0,7852	0,513	0,3908	0,3255	0,2806
$b_{i,1}$	0,9999	2,000	3,000	4,000	4,999
$c_{i,1}$	0,008314	0,01105	0,00956	0,008797	0,007939
$a_{i,2}$	0,0206	0,133	0,1567	0,1647	0,1584
$b_{i,2}$	1,0340	1,957	3,000	4,001	5,004
$c_{i,2}$	0,2524	0,2632	0,05525	0,06641	0,07825
$a_{i,3}$	0,1074	-0,04984	0,06866	0,06888	0,07289
$b_{i,3}$	1,001	1,882	2,957	3,991	4,987
$c_{i,3}$	0,03653	0,058070	0,5607	0,375	0,4501

Fonte: Adaptado de Zivanovic e Pavic (2007)

Tabela 12 – Coeficientes para subharmônicos do modelo probabilístico

i	1	2	3	4	5
$a_{i,1}^s$	0,3406	0,3024	0,2627	0,2344	0,2645
$b_{i,1}^s$	0,4988	1,500	2,500	3,501	4,499
$c_{i,1}^s$	0,008337	0,008735	0,009748	0,009898	0,01019
$a_{i,2}^s$	0,2803	0,1345	0,2456	0,2355	0,2389
$b_{i,2}^s$	1,133	1,532	0,2312	-1,576	1,153
$c_{i,2}^s$	0,6388	0,7233	2,932	7,050	4,561

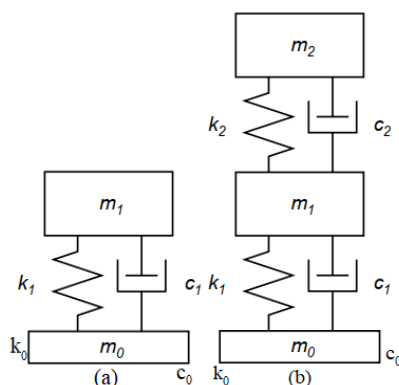
Fonte: Adaptado de Zivanovic e Pavic (2007)

### 3.5.7 Modelos Biodinâmicos

Os modelos biodinâmicos foram muito estudados na última década. A princípio, os modelos matemáticos de carregamento dinâmico consideravam que as pessoas eram simples fontes de aplicação de cargas as estruturas, não influenciando em nada a mais e, a partir destas considerações surgiram os modelos de somente força, como por exemplo a série de Fourier. No entanto, diversos trabalhos analisam a interação pessoa-estrutura, elaborando os denominados modelos biodinâmicos que consideram que as propriedades do corpo humano das pessoas caminhando influenciam na resposta da estrutura.

Portanto, nesta área de estudo o corpo humano pode ser considerado como uma outra estrutura que possui massa ( $m$ ), rigidez ( $k$ ) e amortecimento ( $c$ ), ou somente massa e rigidez em modelos simplificados. Para as análises o corpo humano pode ser definido como sistemas de um ou de múltiplos graus de liberdade, conforme Figura 31.

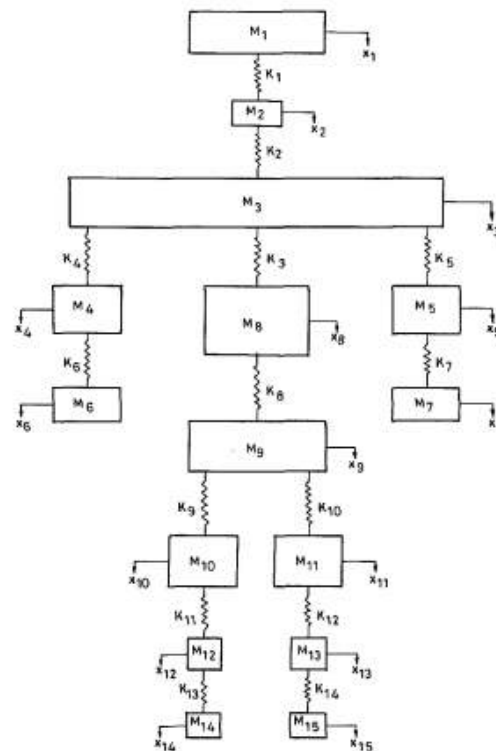
Figura 31 – Sistema com um grau de liberdade (a) e sistema com múltiplos graus de liberdade (b)



Nigam e Malik (1987) propuseram a identificação dos parâmetros biodinâmicos do corpo humano, considerando-o como um sistema com múltiplos graus de liberdade (15 graus), como mostrado na Figura 32. A modelagem foi realizada de forma simplificada, pois considerou o corpo humano como um sistema massa-rigidez. Foi considerado que todas as partes do corpo tinham formato de elipses, obtendo os

parâmetros de massa e rigidez para todos graus de liberdade. No entanto, recomendaram estudos mais aprofundados para um sistema completo, incluindo o amortecimento.

Figura 32 – Sistema com múltiplos graus de liberdade.

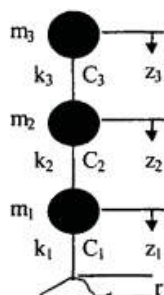


Fonte: Nigam e Malik (1987)

Com o objetivo de determinar as propriedades dinâmicas do corpo humano, Miyamori et al. (2001) elaboraram um modelo de múltiplos graus de liberdade, como

apresentado na Figura 33, que divide o corpo humano em cabeça, membros superiores do corpo e membros inferiores.

Figura 33 – Sistema com múltiplos graus de liberdade



Fonte: Miyamori et al. (2001, apud VARELA, 2004)

O modelo considera o corpo humano como um sistema que possui massa, rigidez e amortecimento. Para facilitar o processamento das análises, os valores de massa foram obtidos do trabalho de Nigam e Malik (1987), somando as parcelas M1 e M2 para o grau de liberdade da cabeça, M3 a M8, para os membros superiores e M9 a M15 para os membros inferiores. Com base nisto, com um programa de algoritmos genéticos e com dados teóricos e experimentais para pessoas caminhando em uma passarela, Miyamori et al. (2001) obtiveram os resultados de rigidez e amortecimento para o sistema proposto, dados na Tabela 13.

Tabela 13 – Parâmetros biodinâmicos do corpo humano

	m (kg)	c (Ns/mm)	k (N/mm)
Cabeça	3,25	2306,3	100,0
Parte Superior	33,12	774,0	117,7
Parte Inferior	37,53	787,7	11,77

Fonte: Miyamori et al. (2001, apud VARELA, 2004)

Silva e Pimentel (2011) realizaram um estudo no qual voluntários caminharam através de um corredor devidamente instrumentado. Ao total, foram realizados 20 ensaios com pessoas caminhando individualmente, com o uso de acelerômetros próximo a região da cintura, considerado como o centro de gravidade do corpo humano. Com base nos resultados experimentais, com a utilização de um programa de otimização e a partir da

consideração do corpo humano como um sistema com apenas um grau de liberdade, Silva e Pimentel (2011) obtiveram as correlações dos parâmetros biodinâmicos ( $m$ ,  $k$  e  $c$ ) para o corpo humano caminhando.

Silva, Brito e Pimentel (2013), objetivaram verificar a qualidade do modelo proposto anteriormente por Silva e Pimentel (2011) para o estudo de cargas de multidão. Para isto, foram realizados ensaios em uma plataforma moldada em laboratório e solicitada por meio de voluntários que caminharam sobre ela, com diferentes densidades de pessoas, realizando a medição da aceleração em todos os casos. Além disso, estes autores modelaram a mesma plataforma no programa computacional Ansys e aplicaram um modelo de somente força (série de Fourier) e o modelo biodinâmico estudado, considerando as mesmas densidades dos ensaios. Foi concluído que o modelo biodinâmico apresentou respostas de acelerações mais próximas dos obtidos experimentalmente, em comparação com o modelo de apenas força. O estudo verificou a influência da consideração da aplicação do modelo biodinâmico em movimento e de maneira estática, concluindo que ambas situações forneceram resultados próximos entre si e compatíveis com os obtidos nos ensaios.

Shahabpoor, Pavic e Racic (2016), analogamente a Silva e Pimentel (2011), analisaram a influência de pessoas caminhando em uma passarela moldada em laboratório. Para isso, foram realizadas duas campanhas experimentais onde os voluntários caminhavam sobre a plataforma em grupos entre 2 a 15 pessoas, com plataforma instrumentada em seu centro. Estes autores buscaram definir os parâmetros biodinâmicos para o corpo humano a partir de seus ensaios, considerando o corpo humano como um sistema de um grau de liberdade. Estes verificaram seus resultados com os dados experimentais de aceleração, considerando-os aceitáveis e compararam com os resultados obtidos por outros autores, concluindo que eram próximos e que os parâmetros obtidos poderiam ser utilizados por projetistas, considerando as cargas estáticas e em movimento.

Toso et al. (2016) realizaram uma série de ensaios experimentais com 35 voluntários que, por dez vezes, percorreram uma plataforma instrumentada individualmente. De forma semelhante a Silva e Pimentel (2011), as pessoas foram equipadas com acelerômetros na região da cintura, considerado como centro de massa do corpo e adotando o corpo humano com um único grau de liberdade. Com o uso de um programa de otimização de algoritmo genético foram definidas regressões que

relacionassem os parâmetros biodinâmicos com as propriedades das pessoas (massa e frequência de passo), dadas nas equações (70) a (72), em que  $M$  é a massa do corpo humano.

$$m(f_s, M) = -231,34 + 3,69M + 154,06f_s - 1,97Mf_s + 0,005M^2 - 15,25f_s^2 \quad (70)$$

$$c(M, m) = -1115,69 + 92,56M - 108,94m + 2,91Mm - 1,33M^2 - 1,30m^2 \quad (71)$$

$$k(M, f_s) = 75601,45 - 1295,32M - 33786,75f_s + 506,44Mf_s + 3,59M^2 + 539,39f_s^2 \quad (72)$$

Além disso, estes autores utilizaram um programa de otimização por algoritmos genéticos com uma rede neural artificial, o qual foi treinado com os resultados experimentais e definidos novos parâmetros biodinâmicos, apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Resultados obtidos pela rede neural artificial

	m (kg)	c (Ns/m)	k (N/m)
Mínimo	11,34	208,99	2544,79
Máximo	106,71	1713,12	18019,79
Médio	46,73	577,87	8052,46
Desvio Padrão	24,49	232,23	3788,02

Fonte: Adaptado de Toso et al. (2016)

O modelo proposto por Toso et al. (2016) pode ser aplicado com o uso da equação da série de Fourier, cujos coeficientes dinâmicos foram definidos por Toso et al. (2016) segundo as equações (73) a (75). No entanto estes autores não definiram os valores dos ângulos de fase para o modelo.

$$\alpha_1 = 0,22f_p^2 - 0,45f_p + 0,35 \quad (73)$$

$$\alpha_2 = 0,0243 + (6,87E-05)c - (2,46E-06)k \quad (74)$$

$$\alpha_3 = -0,0638 + 0,0024M - (1,09E-06)k + (1,0E-8)kM - (1,38E-05)M^2 \quad (75)$$

Por fim, Toso et al. (2016) realizaram a modelagem computacional da plataforma utilizada para os ensaios, a fim de comparar os resultados experimentais aos resultados obtidos pelos seguintes modelos: método de regressão (equações (70) a (72)), algoritmos genéticos (Tabela 14), e um modelo de somente força. Concluiu-se que os resultados por

este último modelo apresentaram maiores valores de aceleração, em comparação com os experimentais. Ao analisar a qualidade dos modelos biodinâmicos propostos, estes autores observaram que os resultados de aceleração com o uso dos coeficientes obtidos pelo método de regressão foram muito próximos aos obtidos com o uso dos parâmetros definidos pelas redes neurais artificiais. Além disso, foi observado que os valores de aceleração obtidos por estes dois modelos foram mais próximos aos experimentais que o modelo de somente força, concluindo que ambos os modelos propostos são viáveis e apresentam boa precisão para análise de pessoas praticando atividades de caminhada.

Campista e Silva (2018), realizaram ensaios experimentais em uma plataforma de madeira com pessoas praticando atividades rítmicas de saltos, com acelerômetros localizados na região da cintura. Com base nestes resultados experimentais, considerando o corpo como um sistema de apenas um grau de liberdade, e com um programa de algoritmos genéticos, estes autores obtiveram os parâmetros biodinâmicos do corpo humano. Além disso, foi modelado um piso misto de aço e concreto genérico a fim de analisar a influência dos modelos de equações nas respostas de aceleração. Estes autores concluíram que o modelo biodinâmico apresenta menores valores de força aplicada e, portanto, menores valores de aceleração, em comparação com os modelos de somente força.

Varela, Pfeil e Costa (2020) realizaram uma série de ensaios em uma plataforma mista de aço e concreto. Nestes ensaios, 53 voluntários realizaram a caminhada em três diferentes frequências de passo (devagar, normal e rápido), totalizando 159 históricos de força aplicados. A partir dos resultados experimentais e de uma rotina da transformada rápida de Fourier, estes autores determinaram os três primeiros coeficientes dinâmicos para o caminhar humano, dados pelas equações (76) a (78), respectivamente.

$$\alpha_1 = 0,1556f_s^2 - 0,1816f_s + 0,0356 \quad (76)$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 0,065, & \text{se } f_s \leq 2,00 \text{ Hz} \\ 0,1958f_s - 0,3266, & \text{se } f_s > 2,00 \text{ Hz} \end{cases} \quad (77)$$

$$\alpha_3 = 0,054 \quad (78)$$

Além disso, Varela, Pfeil e Costa (2020) obtiveram os ângulos de fase para os três primeiros harmônicos, iguais a 0°, 85,6° e 89,4°. Estes valores estão de acordo com os definidos por Bachmann et al. (1995), iguais a 90° (Tabela 9).

### 3.6 Amortecimento estrutural

Todas as estruturas possuem certo nível de amortecimento, variando de acordo com o seu sistema estrutural e com sua ocupação. Além destes fatores, a presença de pessoas na estrutura também pode aumentar o amortecimento.

Sachse, Pavic e Reynolds (2002) verificaram a influência de pessoas em uma estrutura. Foram realizados ensaios dinâmicos com o uso de um excitador dinâmico em uma plataforma sob três situações de ocupação: plataforma totalmente desocupada, ocupada apenas com pessoas e ocupada apenas com uma massa equivalente à dessas pessoas. Foi observado que, em comparação com primeiro caso, a presença de pessoas causou uma maior redução dos níveis de vibração do que a presença de massas. Estes autores concluíram que a presença das pessoas acarretou um aumento do amortecimento da estrutura maior que na situação 3. Estas análises foram posteriormente corroboradas por Shahabpoor, Pavic e Racic (2013), acrescentando que a presença das pessoas apresentou pouca interferência nos valores de frequências naturais.

Além disso, alguns trabalhos sugerem valores para o coeficiente de amortecimento para estruturas com diferentes tipos de ocupação. Em especial, destacam-se os coeficientes sugeridos por Murray et al. (2016) (Tabela 1) e Smith, Hicks e Devine (2009) (Tabela 4). No entanto, a única forma de determinar com exatidão o amortecimento de uma estrutura é através de ensaios experimentais. Dentre os métodos mais comuns, destaca-se o uso do método da largura de banda, da meia potência ou do decremento logarítmico (CLOUGH; PENZIEN, 2003), entretanto a realização destes ensaios se faz inviável devido aos altos custos, ao tempo demandado ou quando o projeto ainda não foi executado. Além disso, devido à dificuldade em obter a resposta estrutural para modos de vibrações mais altos, é comum determinar as taxas de amortecimento apenas para o primeiro modo de vibração e adotá-lo constante para todos os modos.

Para análises de elementos finitos se faz habitual o uso da matriz de amortecimento de Rayleigh, sendo Lord Rayleigh o primeiro a sugerir seu uso. Esta matriz é assumida como proporcional a uma combinação entre a matriz de massa e a matriz de rigidez da estrutura (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

$$[c] = a_0 [m] + a_1 [k] \quad (79)$$



em que  $[c]$ ,  $[m]$  e  $[k]$  são as matrizes de amortecimento, de massa e de rigidez da estrutura, respectivamente, e  $a_0$  e  $a_1$  são as constantes de proporcionalidade entre estas matrizes.

Com base na equação (79) e sabendo que as matrizes de rigidez e massa se relacionam através da equação (80), a taxa de amortecimento ( $\xi_n$ ) pode ser determinada de acordo com a equação (81):

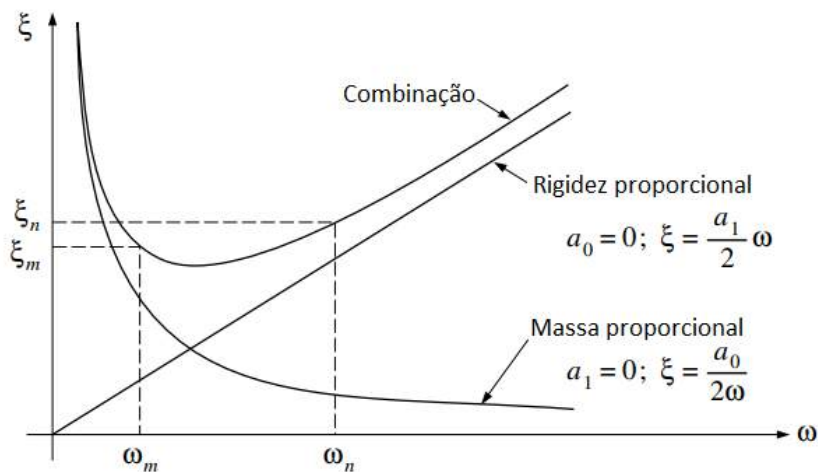
$$\{\phi_n^T\}[k]\{\phi_n\} - w_n^2\{\phi_n^T\}[m]\{\phi_n\} = 0 \quad (80)$$

$$\xi_n = \frac{a_0}{2w_n} + \frac{a_1 w_n}{2} \quad (81)$$

em que  $\phi_n$  é o vetor da forma modal  $n$ ,  $\phi_n^T$  é o vetor da forma modal  $n$  transposto e  $w_n$  é a frequência angular, referente ao modo de vibração  $n$ .

A relação entre o coeficiente de amortecimento Rayleigh e a frequência angular da estrutura, expressada pela equação (81), é apresentada na Figura 34.

Figura 34 – Relação entre a taxa de amortecimento e a frequência da estrutura



Fonte: Adaptado de Clough e Penzien (2003)

Aplicando a equação (81) para duas diferentes frequências ( $m$  e  $n$ ), uma sendo necessariamente a frequência fundamental e a segunda, uma frequência que tenha

significativa contribuição no resultado, em rad/s. Resolvendo o sistema linear, é possível obter as constantes de proporcionalidade, dadas pela equação (82).

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = 2 \frac{w_m w_n}{w_n^2 - w_m^2} \begin{bmatrix} w_n & -w_m \\ -1 & 1 \\ w_n & w_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_n \end{Bmatrix} \quad (82)$$

Simplificando a equação (82), sabendo que a taxa de amortecimento pode ser adotada constante para todos os modos de vibração, o coeficiente de proporcionalidade da matriz de massa e da matriz de rigidez são reescritos nas equações (83) e (84), respectivamente.

$$a_0 = \frac{2\xi}{w_m + w_n} w_m w_n \quad (83)$$

$$a_1 = \frac{2\xi}{w_m + w_n} \quad (84)$$

### 3.7 Classificação dos sistemas estruturais quanto a frequência fundamental

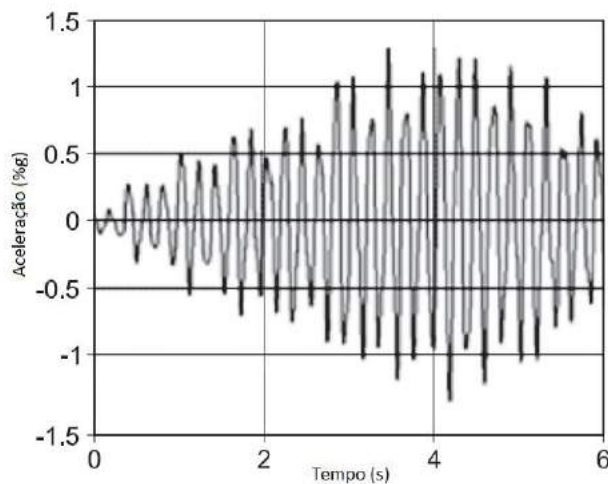
A resposta dos pisos quando submetidos a carregamentos dinâmicos de qualquer natureza sofre grande influência de diversos fatores. Como principais, destacam-se a taxa de ocupação, o amortecimento do piso, o tipo de carregamento, sua duração, a localização que é aplicado e a frequência fundamental do piso.

Quando os carregamentos dinâmicos oriundos de ações humanas são analisados, de modo geral, a frequência de excitação para atividades de caminhar estão no intervalo de 1,2 Hz a 2,2 Hz (DALLARD et al., 2001). Portanto, pisos que possuam frequência fundamental baixa, sendo próxima ou múltipla da frequência do caminhar, podem sofrer maiores níveis de vibração. A BS 6472:2008 e Murray et al. (2016) dividem os pisos em dois grupos: os com baixa frequência fundamental e os com alta frequência fundamental.

Pisos com baixa frequência fundamental englobam as estruturas com frequência abaixo de 9 Hz. Estes podem sofrer ressonância devido as ações humanas, desde que a frequência fundamental esteja próxima da frequência de excitação (MURRAY et al., 2016). Segundo a BS 6472:2008, a amplitude de vibração depende da magnitude da

excitação, da massa e amortecimento da estrutura, onde estruturas com grandes massas e coeficientes amortecimento apresentam menores vibrações. A Figura 35 apresenta a variação temporal da aceleração de um piso com baixa frequência fundamental.

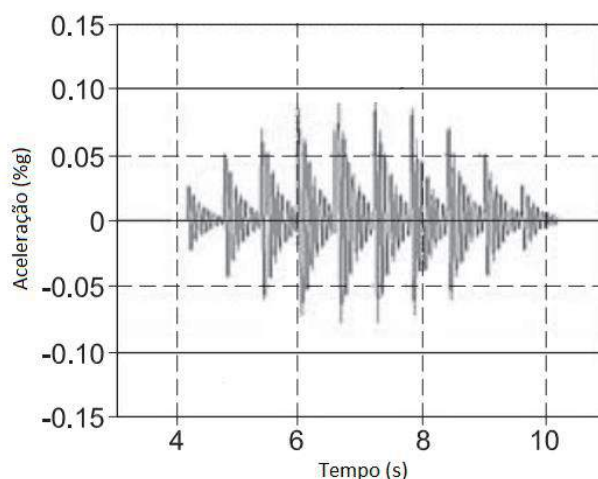
Figura 35 – Resposta de vibração para piso com baixa frequência fundamental



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Pisos com alta frequência fundamental são aqueles com frequências superiores a 9 Hz, os quais possuem comportamento diferente do primeiro grupo, pois o fenômeno da ressonância não ocorre. Isto se deve ao fato de que a máxima frequência de excitação é inferior a frequência fundamental da estrutura. Desta forma, a resposta de vibração se comporta como uma série de impulsos individuais, semelhante a obtida em ensaios de impacto de calcanhar. O histórico de acelerações ao longo do tempo para um piso com alta frequência fundamental é dado na Figura 36.

Figura 36 – Resposta de vibração para piso com alta frequência fundamental



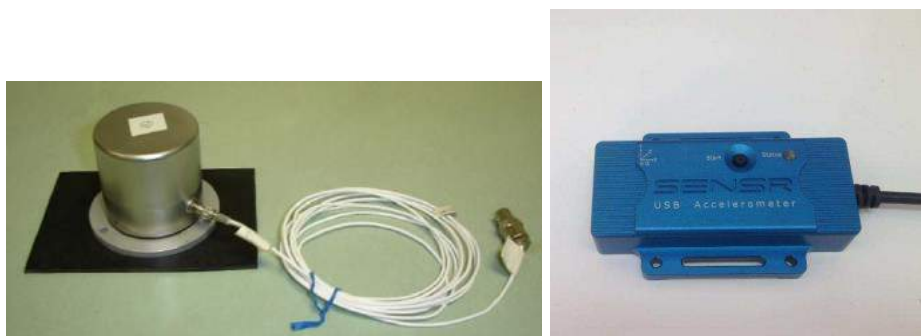
Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

### 3.8 Ensaios experimentais em pisos mistos

O aumento dos problemas em estruturas relacionados a vibrações excessivas acarretou na necessidade de estudos mais aprofundados na área, dentre estes destaca-se a execução de ensaios experimentais não destrutivos. Este tipo de estudo pode ser realizado em estruturas ainda durante a fase de execução, a fim de detectar possíveis problemas e corrigi-los previamente a sua utilização ou na fase pós-ocupação.

Para realizar este tipo de análise a estrutura deve ser devidamente instrumentada com aparelhos que possam captar as respostas de aceleração do piso causadas por uma carga externa. Atualmente o equipamento mais utilizado para realizar estas medições são os acelerômetros, que tem capacidade de medir com grandes precisões os resultados de aceleração do local que este equipamento está instalado. A Figura 37 mostra alguns exemplos de acelerômetros. Estes devem ser instalados no local a serem medidas as respostas e conectados a um computador portátil ou a um armazenador de dados.

Figura 37 – Acelerômetros utilizados em análises experimentais



Fonte: Barret (2006) e Silva Junior (2015)

Ensaio experimentais buscam obter o máximo de informações possíveis com relação à vibração do ambiente estudado, mediante a aplicação de um carregamento (com uma fonte excitadora) com frequência próxima ou múltipla da fundamental da estrutura. Para isto é necessário executar um ensaio preliminar, denominado de “ensaio de impacto dos calcanhares” (*Heel drop test*) que permite determinar a frequência fundamental. A Figura 38 demonstra a execução de um ensaio.

Figura 38 – Ensaio de impacto de calcanhar

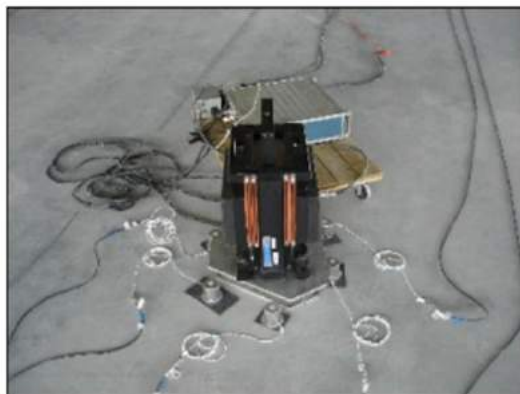


Fonte: Silva Junior (2015)

Com relação a inserção do carregamento dinâmico na estrutura, este pode ser inserido de duas diferentes formas: pessoas caminhando na região de interesse, com uma frequência de passo conhecida ou o uso de excitadores dinâmicos (*shakers*) que apliquem uma vibração na estrutura com a frequência fundamental pré-determinada, com auxílio dos resultados obtidos no ensaio de impacto dos calcanhares. A Figura 39 apresenta um

exemplo de excitador dinâmico e o posicionamento dos acelerômetros durante uma análise executada por Barret (2006).

Figura 39 – Excitador dinâmico



Fonte: Barret (2006)

As respostas obtidas pelos acelerômetros podem ser dadas no domínio do tempo ou da frequência. Neste último caso, para a verificação da aceitabilidade no domínio do tempo, faz-se necessário realizar uma transformação de domínio dos resultados obtidos através do uso de métodos numéricos, dentre eles destaca-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Diversos autores realizaram trabalhos experimentais em estruturas reais ou em estruturas moldadas em laboratório. Varela (2004), a partir de um piso misto de aço e concreto modelado em laboratório, realizou ensaios com uma única pessoa e também várias pessoas caminhando com sentidos pré-definidos e aleatórios. Com base nisto, o autor realizou análises computacionais do mesmo piso, a fim de validar um programa desenvolvido em Fortran, que gera a posição da carga humana de forma aleatória. Além disso, também foram realizados ensaios em pisos com a presença de Atenuadores Dinâmicos Sincronizados (ADS), com o objetivo de verificar a influência da presença destes na resposta dinâmica da estrutura e avaliar a qualidade do programa desenvolvido quando incluído o uso de ADS. Foi concluído que o programa elaborado apresenta bons resultados para a geração da posição da carga quando comparado com os experimentais.

Barret (2006), visando determinar as propriedades dinâmicas de pisos mistos de aço e concreto em edifícios com múltiplas lajes, modelou-os utilizando *software* baseado

no Método dos Elementos Finitos. Além disso, Barret (2006) propôs um método de análise de respostas dos pisos no domínio da frequência, denominado de função resposta de frequência (FRF). Para tal, foram realizadas uma série de análises em dois edifícios formados por estruturas mistas de aço e concreto, ambos em etapa de construção. O primeiro localizado na cidade de Nova Jersey, sendo um edifício em construção para futura ocupação com escritórios, com ensaios realizados em dois diferentes andares. O segundo edifício é situado na cidade de Virginia, sendo ensaiado apenas um pavimento. Em todos os ensaios realizados foram utilizados excitadores dinâmicos e foi concluído que o modelo proposto apresentava bons resultados comparado aos resultados experimentais e a metodologia simplificada apresentada por Murray, Allen e Ungar (1997). Além disso, este autor sugere a modelagem simplificada de lajes mistas de aço e concreto, adotando um coeficiente ponderador (PM), o qual majora a rigidez do concreto na direção da nervura (Ver 4.3.1 para mais detalhes).

Davis (2008) objetivou verificar experimentalmente alguns métodos de avaliação de pisos, classificados como de baixas frequências fundamentais, sujeitos a atividades de caminhar. Para isso, foram utilizados os métodos mais comuns de verificação, com o uso de modelagens por elementos finitos e carregamentos aplicados através de funções harmônicas simples, séries de Fourier e funções de resposta de frequência. Estes resultados foram comparados com pisos previamente ensaiados. Os experimentos foram realizados em dois pisos moldados em laboratório (um piso com grandes dimensões e outro formado pela união de quatro destes pisos de grandes dimensões), duas passarelas também moldadas em laboratório, além de um centro médico localizado na cidade de Roanoke e um banco em construção, em Christiansburg. Davis (2008) concluiu que através da modelagem realizada por elementos finitos não foi possível obter com acurácia os resultados de todas as frequências naturais para os espécimes de laboratório, porém, para os casos de edifícios reais, foi possível alcançar bons resultados para os múltiplos modos de vibração e para o espaçamento entre as frequências naturais.

Liu (2015) deu sequência aos estudos desenvolvidos por Davis (2008) ao realizar análises comparativas entre resultados de propriedades modais e acelerações obtidos por métodos simplificados, por elementos finitos e os resultados experimentais. Para isso, a autora analisou pisos sujeitos a ocupações sensíveis, comparando os resultados obtidos com os valores máximos permitidos, dados em Murray, Allen e Ungar (1997). Os pisos foram divididos entre os com baixas frequências fundamentais, englobando os dois pisos

de laboratório, um centro médico e um banco, previamente ensaiados por Davis (2008), além de um piso da Faculdade de Farmácia, na Universidade de Kentucky. Para os pisos com altas frequências fundamentais, foram utilizados dois pavimentos do *Centennial Medical Center*, duas salas da Faculdade de Ciências da Saúde, na Universidade de Kentucky e um pavimento de um edifício de salas de aula da mesma universidade. Liu (2015) concluiu que os modelos elaborados por elementos finitos apresentaram precisões melhores que os métodos simplificados. No entanto, a presença das ocupações com elementos não estruturais para os casos de pisos com altas frequências, influenciou significativamente nas propriedades dinâmicas dos pisos. Assim, foi recomendado adicionar à estrutura rigidez extra de  $2,15 \times 10^6$  N/m, a fim de melhorar a precisão do modelo de elementos finitos.

Fahmy e Sidky (2012) realizaram ensaios experimentais em um piso misto de aço e concreto devido à presença de pessoas caminhando. Estes autores objetivaram obter as propriedades dinâmicas e as respostas de acelerações para este piso sujeito a duas configurações de carregamento: a caminhada realizada diretamente sobre a laje de concreto e a caminhada realizada em um piso sintético executado acima da laje analisada (Figura 40). Após isto, os resultados alcançados foram comparados aos obtidos através das análises simplificadas recomendadas por Murray et al. (1997). Fahmy e Sidky (2012) concluíram que as acelerações estavam acima da recomendação dada por Murray, Allen e Ungar (1997), porém, como o piso possui baixo amortecimento, mesmo com a presença do piso elevado, e baixas frequências naturais, este resultado era esperado. Além disso, os resultados obtidos experimentalmente para aceleração de pico e frequência natural da estrutura apresentaram resultados próximos aos calculados pelos métodos simplificados.



Figura 40 – Espécime de laboratório com piso elevado



Fonte: Fahmy e Sidky (2012)

Silva Junior (2015) realizou uma extensa análise experimental em edifícios situados na Universidade Federal de Viçosa. Este trabalho analisou as vibrações máximas no pavilhão de aulas II (uma rampa, uma sala de aula, uma sala de apoio e um corredor de acesso às salas de aula), na rampa de acesso ao edifício das quadras poliesportivas, em uma passarela no edifício de laticínios da Fundação Arthur Bernardes (FUNARBE), em uma sala de aula com extremidade em balanço e no edifício das Licenciaturas. Além destas estruturas, foi analisado um mezanino localizado em um edifício comercial da cidade de Viçosa, fora do Campus, que já haviam reclamações dos ocupantes relacionadas a vibrações excessivas. As análises foram realizadas com ensaios de impacto de calcanhar e com indivíduos caminhando isoladamente e em grupos em todas as estruturas. Com isto, foi possível obter as acelerações máximas em todas as estruturas e os resultados obtidos foram comparados com os limites máximos recomendados por Murray, Allen e Ungar (1997).

Ferreira et al. (2019) realizaram uma análise experimental e numérica de um pavimento de um edifício situado em Belo Horizonte, Minas Gerais. O edifício ainda estava em fase de construção e seria usado para ocupação escolar. Estes autores investigaram as propriedades dinâmicas do piso, com o ensaio de impacto de calcanhares e da aceitabilidade do piso quanto a vibração, com um voluntário caminhando com uma frequência de passo de 2,0 Hz, adotada como uma caminhada normal. Os resultados de acelerações foram então comparados aos limites dados em Murray et al. (2016), sendo o piso aprovado dentro dos limites sugeridos por essa norma.

### 3.9 Análises numéricas

A execução de ensaios experimentais permite compreender o comportamento da estrutura sob as diversas ações. No entanto, este tipo de análise muitas vezes não é viável, seja por questões do tipo de ocupação, seja dificuldade de acesso ao local, pelo fato da estrutura ainda estar em fase de projeto e, principalmente, pelos altos custos envolvidos. Com o desenvolvimento de programas computacionais mais eficientes e de computadores com maiores capacidades de processamento, a modelagem computacional de estruturas tem se tornado uma alternativa viável quando não é possível realizar experimentos *in loco*.

A modelagem computacional das estruturas parte do conhecimento de todo o modelo estrutural, ou seja, das dimensões e das vinculações dos elementos e a ocupação dos ambientes. Todos estes fatores influenciam diretamente suas propriedades dinâmicas.

Quando se trabalha com estruturas existentes, o uso de ensaios relativamente simples, como o de impacto de calcanhares, permite determinar quais são suas frequências naturais. Com base nisto, é possível realizar uma comparação entre as frequências naturais obtidas em campo e através do modelo computacional, a fim de validar a modelagem, ou seja, verificar se o modelo elaborado representa de forma fiel o sistema estrutural abordado. Para o caso de estruturas mistas, é de extrema importância garantir o comportamento conjunto da laje de concreto com os perfis metálicos, além das rigidezes das ligações entre os elementos estruturais.

Para o dimensionamento de estruturas mistas de aço e concreto é preciso definir o grau de interação entre os perfis metálicos e a laje de concreto. Para um grau de interação nulo, o perfil metálico trabalha isoladamente da laje de concreto, descartando as vantagens da utilização do conjunto. Com o grau de interação igual a 1 (ligação total), o calculista considera que ambos elementos irão se deformar igualmente, de modo a não ocorrer nenhum deslizamento na interface destes. A definição do grau de interação influencia diretamente no número de conectores utilizados durante a execução do projeto, sendo que para o caso de interação total o número de conectores exigido é grande.

Baseado nisto, Machado, Silva e Neves (2019) realizaram um trabalho que objetivou comparar as propriedades dinâmicas de um piso genérico elaborado por Mello et al. (2008). Para isto, o piso foi modelado com e sem o uso de conectores. Os autores

concluíram que, para pisos com grandes vãos, a modelagem dos conectores pouco influenciou nas frequências naturais e, portanto, não houveram grandes variações nas respostas dinâmicas.

Lopes, Silva e Andrade (2014), realizaram um estudo em um piso genérico sujeito a atividades rítmicas com o objetivo de verificar a influência da rigidez na ligação dos elementos estruturais e do grau de interação entre a laje de concreto e as vigas de aço, obtendo as frequências naturais da estrutura. Para isso, estes autores adotaram as ligações viga-pilar como rígidas e ligações viga-viga variadas entre flexível, semirrígida e rígida. Os conectores foram modelados considerando interação total e interação parcial de 50%. A modelagem foi realizada no programa computacional Ansys, utilizando o elemento BEAM44 para modelagem das vigas e pilares, SHELL63 para as lajes, COMBIN7 para as ligações flexíveis e COMBIN40 para as ligações semirrígidas. Foi possível concluir que as frequências naturais variaram pouco para os diferentes graus de interação. Para a análise da variação das rigidezes das ligações viga-viga, foi observado que as ligações rígidas proporcionavam maiores frequências naturais, enquanto que as ligações flexíveis proporcionavam os menores valores. As frequências obtidas com as ligações semirrígidas foram mais próximas das obtidas para as ligações flexíveis.

Mesmo não realizando a modelagem dos conectores é preciso garantir que os elementos de laje trabalhem em conjunto com os elementos de viga. Portanto, a fim de garantir esta compatibilidade de deslocamentos entre os elementos, Barret (2006), Davis (2008) e Campista e Silva (2018) sugerem que as dimensões adotadas para a malha das vigas e lajes sejam escolhidas de modo que os nós dos elementos de viga coincidam com os do elemento de laje.

A fim de verificar a influência da modelagem dos pilares nas frequências naturais do piso, Silva et al. (2006) analisaram numericamente um piso misto de aço e concreto com frequências naturais conhecidas. Para este estudo, foram variadas as condições de contorno das extremidades do piso entre apoios do segundo gênero, engastes e a modelagem de elementos de barra representando os pilares com variadas alturas. Foi concluído que as frequências naturais do piso se aproximaram mais das medidas experimentais com a inclusão dos pilares no modelo numérico.

O trabalho de Neves et al. (2014) objetivaram analisar as propriedades dinâmicas de um edifício de três pavimentos sujeito a atividades rítmicas. Para isto, o modelo foi desenvolvido computacionalmente no programa *Robot Structural Analysis Professional*,

onde foram aplicados dois diferentes modelos matemáticos que representassem as atividades rítmicas. O primeiro modelo foi o desenvolvido por Faísca (2003) e o segundo foi uma série de Fourier (item 3.5.1), com coeficientes dinâmicos para atividades rítmicas obtidos em Murray, Allen e Ungar (1997). Além disso, os efeitos de amortecimento na modelagem foram incluídos através do modelo de Rayleigh (item 3.6). Estes autores concluíram que as respostas de aceleração máximas, para as análises efetuadas com o uso destes modelos matemáticos, acarretaram em níveis de vibração acima dos limites apresentados por Murray, Allen e Ungar (1997).

Para verificar o comportamento dinâmico de um piso sujeito a diferentes modelos de carregamento dinâmicos, Campista e Silva (2018) desenvolveram um modelo computacional no *software* Ansys utilizando o elemento BEAM44 para a modelagem dos elementos de viga e pilares e o elemento SHELL63 para a laje de concreto. Além disso, as ligações viga-pilar foram consideradas rígidas e as viga-viga, flexíveis. O modelo foi analisado sob a ação de atividades rítmicas definidas por quatro diferentes modelos matemáticos. O primeiro modelo foi o desenvolvido por Faísca (2003); o segundo foi uma série de Fourier (item 3.5.1), com coeficientes dinâmicos para atividades rítmicas, obtidos em Smith, Hicks e Devine (2009); o terceiro modelo utilizado foi desenvolvido pela própria autora, considerando que a força aplicada pelos ocupantes é unicamente vertical e igual a massa vezes a aceleração no instante do impacto; o quarto também foi desenvolvido pela autora, porém este é baseado nos conceitos de modelos biodinâmicos (item 3.5.7), com coeficientes obtidos a partir de ensaios de saltos em uma plataforma de madeira. Foi possível observar que os três primeiros modelos apresentaram maiores valores de força ao longo do tempo em comparação com o modelo biodinâmico e, portanto, apresentaram maiores acelerações de pico.

Chen, Zhang e Zhang (2017) analisaram a influência do número de lajes e do coeficiente de amortecimento nas respostas dinâmicas, realizando análises para estruturas com um e quatro pisos e a situação que a estrutura possuía dois pavimentos. Para isto, foi utilizado o programa computacional Ansys, adotando o elemento SOLID45 para a modelagem da laje de concreto, o elemento SHELL63 para modelar a nervura da *steel deck* e o elemento BEAM189 para modelar as vigas e pilares. Foi concluído que as respostas de vibração nas lajes não carregadas, para o caso em que há mais de uma laje, não podem ser ignoradas, pois podem apresentar níveis de vibração acima da laje carregada. Com relação ao amortecimento, foi possível concluir que para maiores

coeficientes os níveis de vibração sempre foram reduzidos para todos os pontos analisados do piso.

Cunha e Argolo (2021, no prelo) visaram estudar o comportamento de pisos mistos sujeitos a atividades humanas de caminhar, realizando comparações entre os métodos simplificados da NBR 8800:2008 e de Murray et al. (2016), com resultados numéricos. Para isto, foi realizada a modelagem de 10 pisos mistos de aço e concreto, admitindo lajes do tipo *steel deck*, no programa computacional Ansys, empregando os elementos BEAM188 para as vigas e pilares, o elemento SHELL181 para a laje e o elemento COMBIN39 para a modelagem da ligação flexível. A carga humana foi modelada através de uma série de Fourier (item 3.5.1), com coeficientes dinâmicos para atividades rítmicas obtidos em Murray et al. (2016). Foi possível concluir que os resultados obtidos pelo método simplificado da NBR 8800:2008 apresentou melhores resultados para pisos com menores vãos, enquanto que o método da ANSI/AISC 360-16 apresentou bons resultados para frequências naturais e acelerações de pico.

Pinto (2015) estudou o comportamento dinâmico de estruturas mistas reais, em complemento ao trabalho de Silva Junior (2015). Estas estruturas foram analisadas em campo e modeladas no programa computacional SAP2000, com as ações do caminhar humano aplicadas segundo o modelo matemático proposto por Varela e Battista (2009). Os modelos desenvolvidos por Pinto (2015) obtiveram grande proximidade aos resultados experimentais para as frequências naturais, validando o modelo desenvolvido. Com relação às acelerações de pico, os resultados foram próximos aos experimentais e superiores aos limites normativos de aceleração de pico e *rms*.

Figueiredo et al. (2008) desenvolveram um modelo computacional de diversas passarelas, a fim de compreender os efeitos dinâmicos causados pelo caminhar humano. A estrutura foi modelada no programa computacional Ansys, utilizando os elementos BEAM44 para as vigas, o elemento SHELL63 para as lajes e empregando a formulação de Rayleigh para a consideração do amortecimento. Para representar o caminhar humano foram utilizados três diferentes modelos matemáticos: uma função de apenas uma componente harmônica; uma série de Fourier com quatro termos e o modelo proposto por Varela (2004). Vale ressaltar que, para os dois primeiros modelos, a carga foi aplicada apenas no nó central da passarela, com intensidade variando no domínio do tempo. No entanto a série de Fourier e o modelo de Varela (2004), além da variação temporal, também foi considerada a variação ao longo do trajeto de caminhada, totalizando 4

diferentes análises. Foi possível concluir que, em comparação com os limites dados por Murray, Allen e Ungar (1997), os últimos dois modelos matemáticos provocaram acelerações de pico superiores aos limites recomendados, enquanto que os dois primeiros modelos resultaram acelerações abaixo dos mesmos limites. Além disso, ressalta-se que as últimas duas análises são mais fieis a realidade, pois consideraram os efeitos de variação no tempo e no espaço, além da consideração do impacto do calcanhar pelo modelo de Varela (2009).

De forma semelhante, Mello et al. (2008) realizaram uma análise numérica para atividades de caminhar, em um piso genérico em estrutura mista de aço e concreto com laje maciça. O trabalho foi desenvolvido no programa computacional Ansys, variando os vãos do piso. O caminhar humano foi representado de forma análoga ao realizado por Figueiredo (2008), utilizando 3 modelos, com 4 diferentes análises. Os resultados de aceleração de pico foram comparados aos limites dados em Murray, Allen e Ungar (1997), concluindo que apenas a análise com o modelo de uma componente harmônica e da série de Fourier estática estavam dentro do limite normativo, enquanto que as análises considerando a carga em movimento estiveram acima dos limites. Vale ressaltar que os resultados obtidos pela série de Fourier aplicada somente em um ponto e o modelo de uma componente harmônica apresentaram resultados muito próximos em todas as análises. Portanto, não há significativa diferença entre a utilização destes dois modelos. Além disso, Mello (2005) observou que, com a aplicação de cargas concentradas em nós da estrutura com posterior análise transiente, ocorreu o surgimento de picos que não eram representativos para a resposta estrutural, os quais deveriam ser desconsiderados. No entanto este autor não informou quantos pontos deveriam ser retirados, se tornando um critério subjetivo.

## 4 MATERIAL E MÉTODO

O presente trabalho realizou a modelagem computacional de 5 pisos mistos de aço e concreto, no *software* Ansys. Os pisos escolhidos foram ensaiados experimentalmente por outros autores, sendo solicitados por atividades humanas de caminhar, com diferentes frequências de passo e classificados como de baixa ou alta frequência fundamental. As informações destes pisos quanto a geometria, elementos estruturais e os resultados de frequências naturais e acelerações foram obtidos nos respectivos trabalhos.

Por meio das modelagens computacionais foram realizadas análises modais, com o objetivo de determinar as frequências naturais dos modelos e validá-los. Em relação aos resultados de aceleração, foram processadas análises transientes para cada modelo matemático apresentado no item 4.1.

Além disso, os mesmos pisos foram analisados pelas metodologias simplificadas descritas no item 3.3.

Os resultados de aceleração de pico e *rms* obtidos através da análise transiente foram comparados aos obtidos experimentalmente, de modo a verificar qual modelo de carregamento humano apresentou resultados mais próximos dos experimentais. Estes também foram comparados aos resultados obtidos mediante os métodos simplificados, a fim de verificar a qualidade destes métodos e compará-los aos limites de aceitabilidade de conforto, de acordo com o item 3.4.

### 4.1 Modelos de carregamento dinâmico

O carregamento oriundo de atividades humanas dinâmicas pode ser descrito de diversas formas, através de equações analíticas, como mostrado no item 3.5. Dentre os modelos apresentados, foram escolhidos os mais utilizados nos trabalhos técnicos estudados e os que apresentavam metodologias consistentes.

Bachmann e Ammann (1987), após uma série de análises experimentais, definiram alguns dos parâmetros do caminhar humano para diferentes frequências de passo, apresentados na Tabela 15. Dallard et al. (2001), definiram que a frequência de passo para esta atividade pode estar no intervalo de 1,2 Hz a 2,2 Hz.

Tabela 15 – Parâmetros do caminhar humano

Atividade	Velocidade (m/s)	Distância do passo (m)	$f_s$ (Hz)
Caminhada lenta	1,1	0,6	1,7
Caminhada normal	1,5	0,75	2,0
Caminhada rápida	2,2	1,0	2,3

Fonte: Bachmann e Ammann (1987)

Para todas as análises numéricas, a frequência de passo adotada nos modelos numéricos foi igual a frequência a qual o ensaio foi realizado. Para as análises que considerem a variação espacial, o comprimento de passo foi adotado igual aos valores apresentados na Tabela 15. Para os casos na qual frequência do ensaio foi de algum valor intermediário aos apresentados na citada tabela, foi realizada uma interpolação linear entre os valores.

Nos casos em que é considerada a variação temporal do carregamento, a aplicação das cargas foi realizada de forma semelhante ao executado por Mello et al. (2008), Figueiredo et al. (2008) e Pinto (2015). A carga é aplicada ao primeiro nó com valor variando no tempo; após um determinado tempo de contato ( $T_c$ ) a carga no primeiro nó se torna nula e o procedimento é refeito para os demais nós ao longo do trajeto da caminhada, como mostrado na Figura 25b e na Figura 28. O tempo de contato é definido pela equação (85), em que  $C_p$  é o comprimento do passo, e o tempo total da análise ( $T_t$ ) é dado pela equação (86).

$$T_c = \frac{T_p}{C_p/d} \quad (85)$$

$$T_t = T_c \left( \frac{L_c}{d} + 1 \right) \quad (86)$$

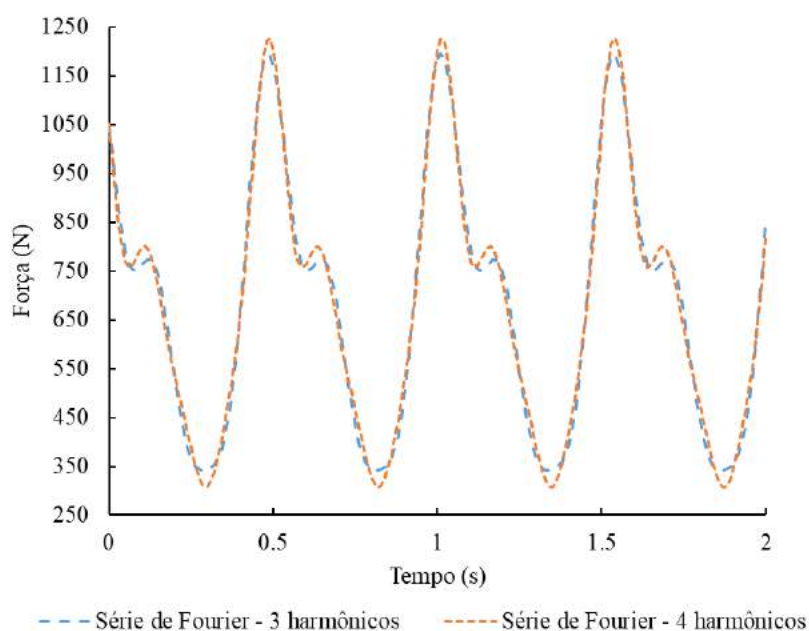
#### 4.1.1 Série de Fourier

Devido a seu amplo uso em análises de vibração devido ao caminhar humano em trabalhos presentes na literatura, o primeiro modelo escolhido foi a série de Fourier. O número de harmônicos utilizados na modelagem varia entre os trabalhos científicos aqui



estudados e de acordo com o tipo de atividade realizada. Diversos autores (CHEN; ZHANG; ZHANG, 2017; CUNHA; ARGOLO, 2021, no prelo; DIETRICH et al., 2014; SOUZA et al., 2003) realizaram análises de caminhar considerando apenas os três primeiros harmônicos. No entanto, Varela e Battista (2009) sugerem a utilização de quatro harmônicos, devido a possibilidade de a frequência fundamental do piso ser próxima a algum múltiplo da frequência de passo. Desta forma, o presente trabalho realizou análises utilizando este modelo com três e quatro harmônicos, com coeficientes dinâmicos propostos por Rainer, Pernica e Allen (1988), dispostos na Tabela 9. A distribuição da força para este modelo é apresentada na Figura 41.

Figura 41 – Variação da força ao longo do tempo: série de Fourier



Além disso, para simular o efeito da caminhada (variação temporal e espacial) e comparar com os resultados da carga aplicada somente em um ponto (variação apenas temporal), estes dois modelos de série de Fourier foram aplicados no nó central do trajeto da caminhada e ao longo do caminho percorrido durante o ensaio.

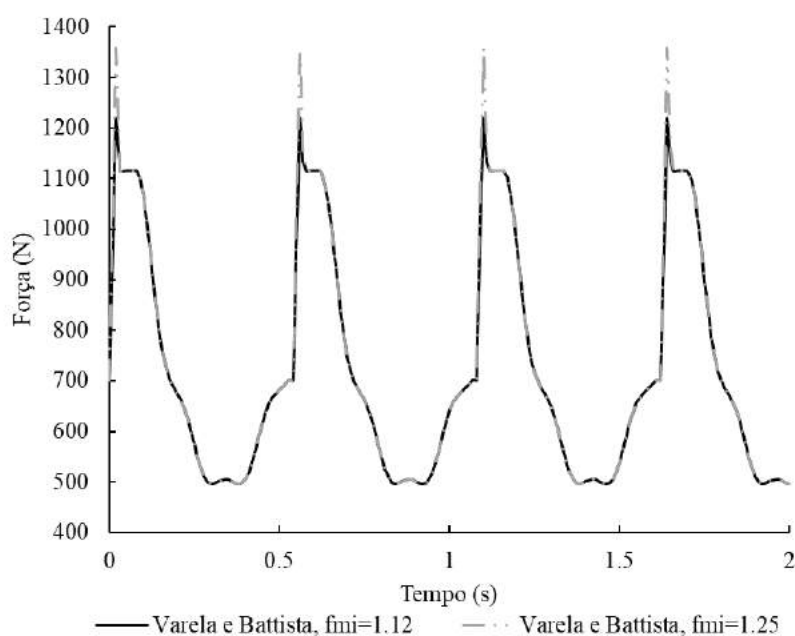
#### 4.1.2 Modelo de Varela e Battista (2009)

O modelo proposto por Varela e Battista (2009) apresenta semelhança com as séries de Fourier, conforme Figura 27. No entanto, esse modelo se diferencia por considerar a influência do impacto do calcanhar na amplificação da força aplicada no piso.

Todavia, Varela e Battista (2009) não definiram um valor para o coeficiente de impacto do calcanhar ( $f_{mi}$ ), que por sua vez varia de acordo com o tipo de calçado (solas macias ou duras) e entre pessoas. Pinto (2015), Mello et al. (2008) e Figueiredo et al. (2008) ao utilizarem o modelo proposto por Varela e Battista (2009) consideraram o valor de  $f_{mi}$  igual a 1,12, enquanto que Varela e Battista (2009) o utilizou igual a 1,12, 1,25 e 1,45, variando de acordo com o ensaio realizado.

Portanto, o presente trabalho utilizou este modelo a fim de verificar a influência da consideração do impacto do calcanhar e seu respectivo valor, adotando o coeficiente do impacto igual a 1,12 e 1,25. A Figura 42 apresenta o gráfico da força para este modelo.

Figura 42 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Varela e Battista (2009)

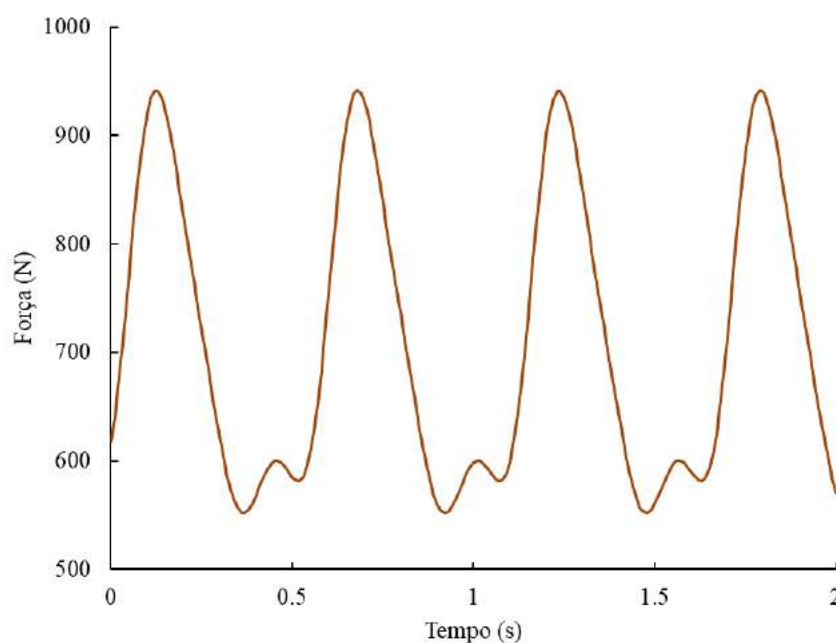


#### 4.1.3 Modelo biodinâmico de Toso et al. (2016)

A consideração das propriedades dinâmicas do corpo humano apresenta grande influência nos resultados de resposta do piso, segundo Campista e Silva (2018). Desta forma, este modelo foi utilizado no presente trabalho, a partir dos resultados obtidos por Toso et al. (2016), que utilizou redes neurais artificiais, adotando ângulos de fase sugeridos por Bachmann et al. (1995).

Além disso, por este modelo ser deduzido a partir de séries de Fourier (variando somente os coeficientes dinâmicos), sua função e distribuição de forças ao longo do tempo apresentam similaridades. A Figura 43 apresenta sua distribuição ao longo do tempo.

Figura 43 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Toso et al. (2016)

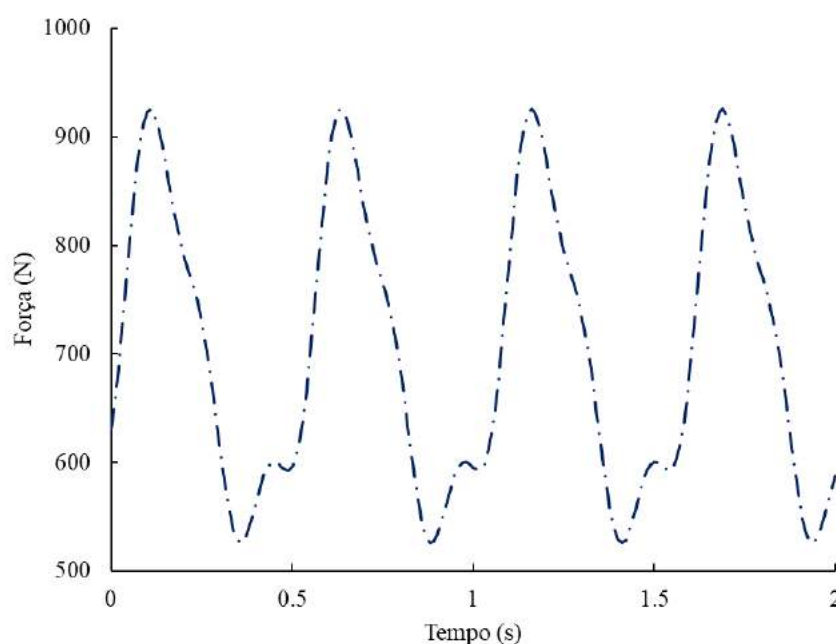


Portanto, este modelo foi analisado a fim de verificar a influência da consideração das propriedades dinâmicas do corpo humano na resposta do piso devido a atividades de caminhar, sendo considerada a variação temporal e espacial para a aplicação do modelo.

#### 4.1.4 Modelo biodinâmico de Varela, Pfeil e Costa. (2020)

De forma análoga ao desenvolvido por Toso et al. (2020), o modelo desenvolvido por Varela, Pfeil e Costa (2020) é baseado nas formulações biodinâmicas. Portanto, este modelo foi utilizado para realizar uma comparação com mais de um modelo biodinâmico. A Figura 44 apresenta a distribuição deste modelo ao longo do tempo.

Figura 44 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Varela, Pfeil e Costa (2020)

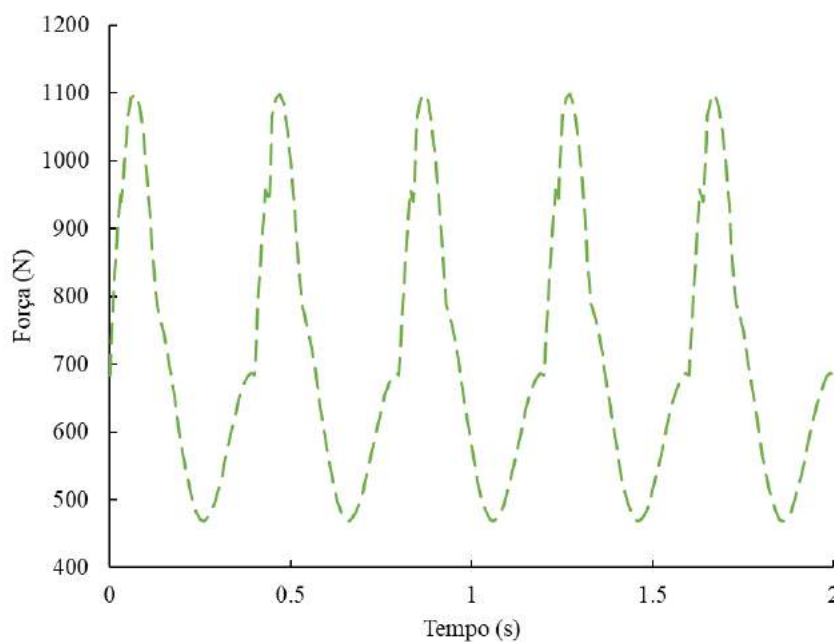


#### 4.1.5 Modelo de passo único (LI et al. 2010)

O modelo de passo único dispensa a utilização do ângulo de fase, que é um parâmetro cujo valor apresenta grande variação entre autores. Além disso, este modelo considera a força aplicada por cada pé, evitando a simplificação da soma das forças aplicadas por ambos os pés, que pode acarretar em maiores imprecisões.

Assim, o equacionamento proposto foi utilizado no presente trabalho, considerando uma variação espacial e temporal e com variação ao longo do tempo da força total aplicada ao piso, por ambos pés, apresentada na Figura 45.

Figura 45 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Li et al. (2010)

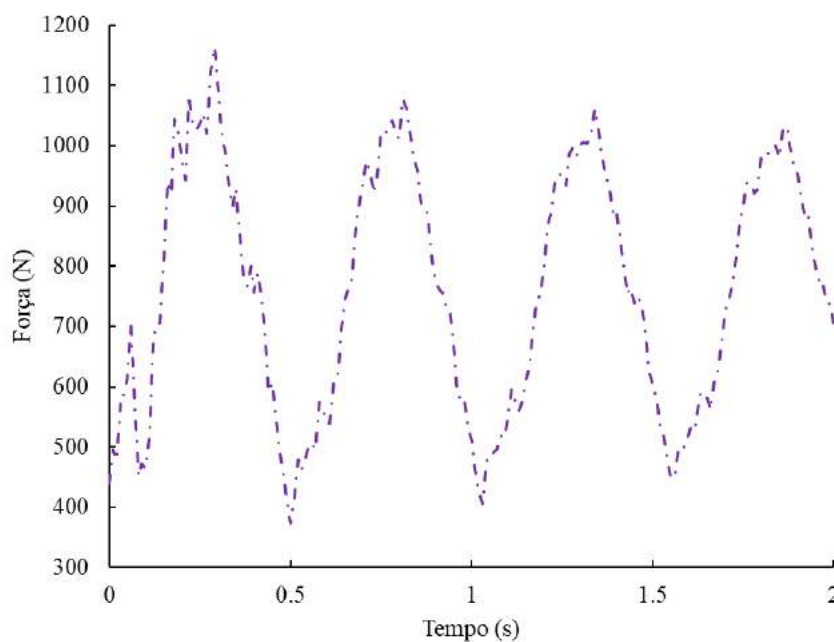


#### 4.1.6 Modelo Probabilístico (ZIVANOVIC; PAVIC, 2007)

O modelo probabilístico desenvolvido por Zivanovic e Pavic (2007) permite a consideração de frequências intermediárias aos harmônicos principais. Este fato pode contribuir na amplificação dos resultados, caso a frequência fundamental da estrutura seja múltipla de algum subharmônico.

Portanto, este modelo foi utilizado com o objetivo de analisar a influência da consideração dos subharmônicos na carga aplicada ao piso. Para isso, foram empregados cinco harmônicos, cinco subharmônicos e 50 coeficientes dinâmicos normalizados, para cada harmônico e subharmônico, obtidos pelas equações (68) e (69), respectivamente. A variação ao longo do tempo é apresentada na Figura 46.

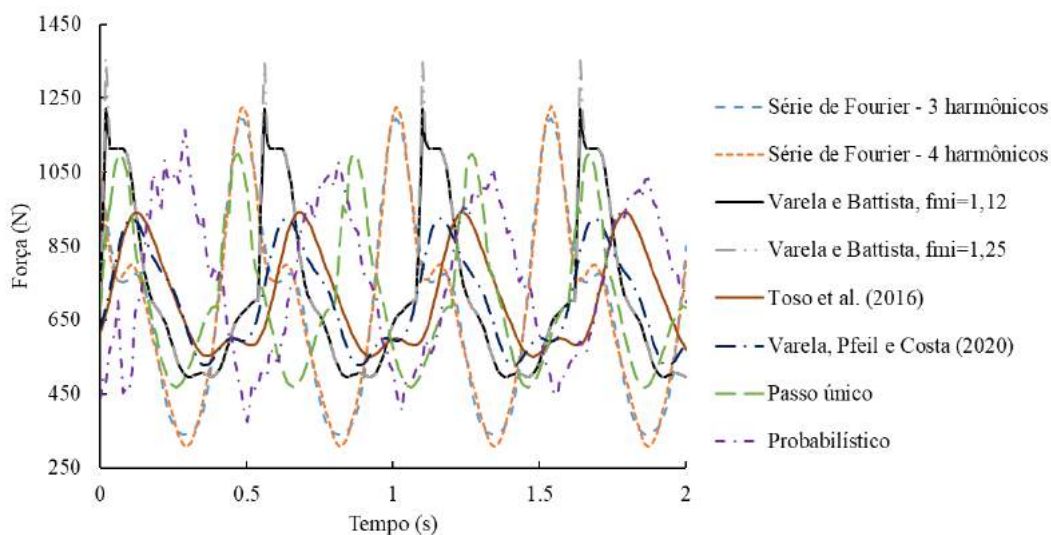
Figura 46 – Variação da força ao longo do tempo: modelo de Zivanovic e Pavic (2007)



#### 4.1.7 Comparação dos modelos

A fim de analisar qual modelo proporciona maior similaridade nas respostas de aceleração dos pisos em comparação aos ensaios experimentais, todos os equacionamentos supracitados foram aplicados em todos os pisos modelados. Cada modelo de equacionamento foi aplicado separadamente, totalizando dez variações de análises para cada ensaio realizado. A Figura 47 apresenta a variação de força dentre todos os modelos utilizados.

Figura 47 – Variação temporal da força para os modelos utilizados



## 4.2 Pisos modelados

Os pisos mistos de aço e concreto utilizados no presente trabalho foram obtidos nas bases de dados científicas. Foram selecionados 4 pisos mistos de aço e concreto para as análises, com diferentes usos e ocupações, dos quais 2 são classificados de baixa frequência fundamental e 2 de alta frequência fundamental.

O amortecimento estrutural foi adotado igual ao valor disponibilizado nos respectivos trabalhos (quando fornecido) e igual para todos os modos de vibração. Caso esta informação tenha sido suprimida, as taxas de amortecimento foram determinadas de acordo com a Tabela 1.

Todos pisos selecionados foram ensaiados sujeitos a atividades humanas de caminhar, para diferentes frequências de passo, com os resultados de frequência fundamental e acelerações disponíveis. A descrição destes pisos é dada a seguir.

### 4.2.1 Baixa frequência fundamental

#### 4.2.1.1 Piso moldado em laboratório de grandes dimensões (DAVIS, 2008)

O primeiro exemplo selecionado consiste em um piso misto de aço e concreto com vãos de grandes dimensões (Figura 48a). Este foi construído no ano de 2006, no Laboratório Virginia Tech de estruturas e materiais, com o objetivo de analisar a aceitabilidade deste sistema quanto à vibração.

O piso possui dimensões de 9,15 m x 9,15 m e perfis metálicos das vigas descritos na Figura 48b. Por se tratar de um piso moldado em laboratório, os pilares foram executados como pequenos perfis metálicos de seção W12x40, soldados a uma placa metálica e parafusados ao solo, a fim de evitar sua translação. A laje utilizada foi do tipo concreto armado com fôrma *steel deck*, com altura total de 22,25 cm, sendo a altura das nervuras igual a 11,75 cm, espaçadas a cada 30,5 cm, e altura da laje maciça igual a 10,5 cm. O módulo de elasticidade longitudinal, o coeficiente PM e o coeficiente de Poisson do concreto valem 50 GPa, 5,00 e 0,2, respectivamente.

Figura 48 – Piso moldado (a) e suas dimensões e arranjo dos perfis (b)



Fonte: Adaptado de Davis (2008)

Foram realizados ensaios de caminhar na direção paralela e perpendicular às nervuras, em que, para ambos os casos, foi adotada uma frequência de passo igual a 1,67 Hz. O coeficiente de amortecimento foi estimado igual a 0,436%.

#### 4.2.1.2 Estudo de caso com piso moldado em laboratório (FAHMY; SIDKY, 2012)

A segundo piso escolhido foi o testado por Fahmy e Sidky (2012), o qual foi moldado em tamanho real em que a laje seria utilizada em uma torre de um edifício construído em Kuwait. Estes autores objetivaram analisar, previamente à execução da estrutura real, a resposta dinâmica do piso devido a pessoas caminhando, com e sem a presença de um assoalho elevado.

O piso possui dimensões de 18,2 m x 9,0 m, com vigas de perfis metálicos descritos na Figura 49. Para este espécime, as vigas principais foram apoiadas diretamente sobre blocos de concreto armado, fixados ao solo (Figura 50). A laje utilizada foi do tipo maciça, com espessura total de 12 cm, com módulo de elasticidade longitudinal do concreto igual a 36,17 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

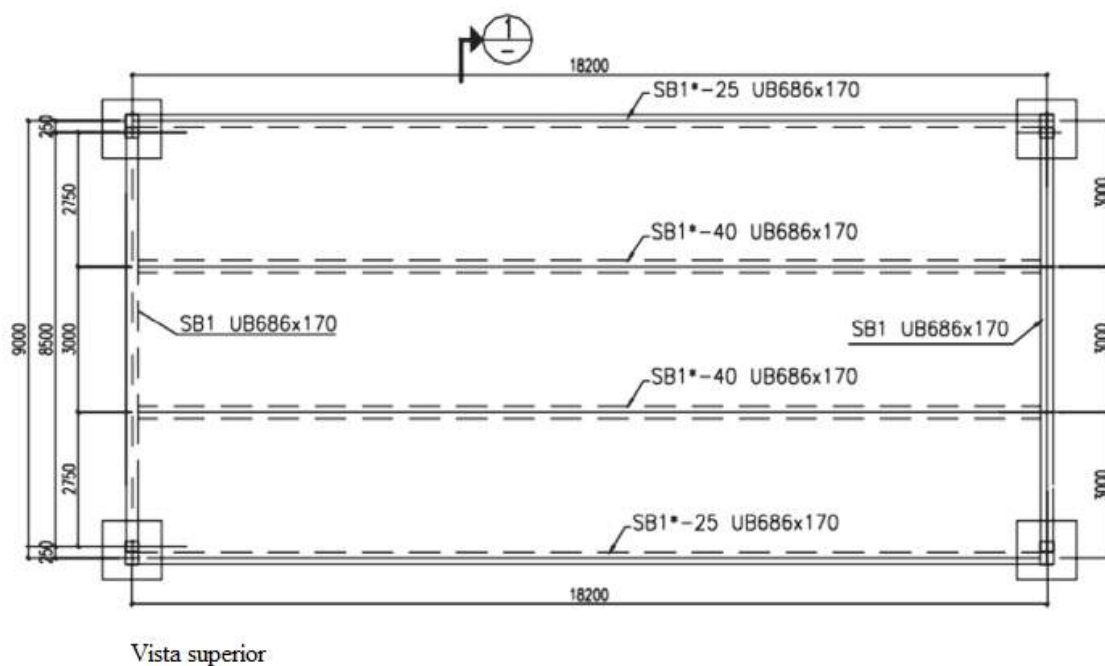
As análises dinâmicas foram realizadas em duas etapas: a primeira aplicando as atividades de caminhar diretamente sobre a laje de concreto armado e a segunda sobre o assoalho elevado, construído após a execução da primeira etapa de ensaios (ver Figura 40). O presente trabalho utilizará apenas os resultados da primeira etapa.

Os ensaios dinâmicos foram executados na direção longitudinal da laje, com uma frequência de passo igual a 2,20 Hz. A obtenção dos resultados de aceleração da laje foi



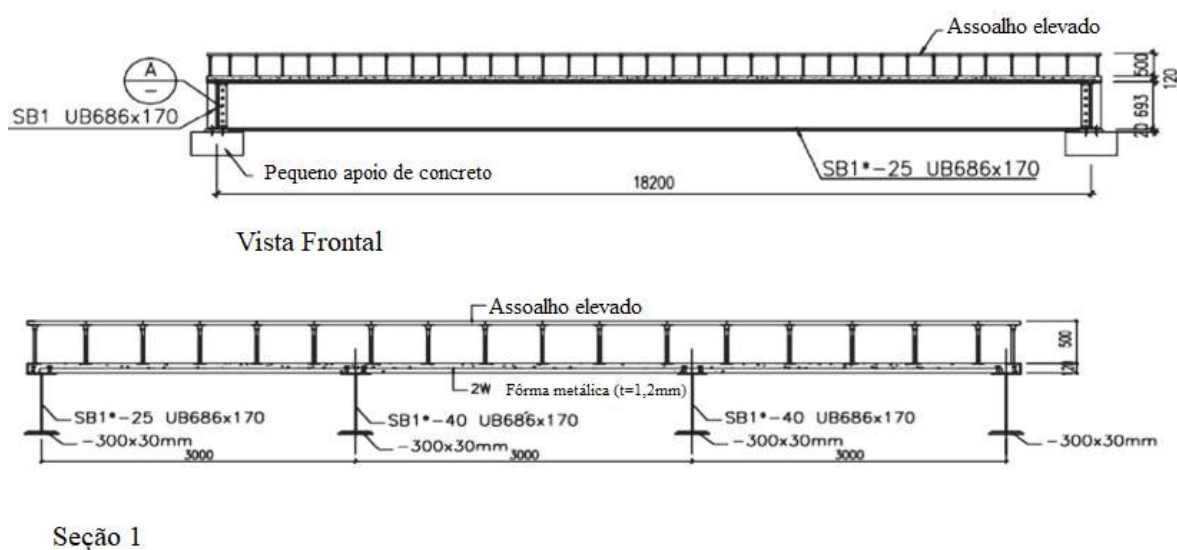
realizada com a instrumentação em dez pontos distribuídos no piso, com a locação de acelerômetros nos pontos indicados na Figura 51. O amortecimento estrutural, considerando somente laje (primeira etapa das análises), foi determinado igual a 1,3%.

Figura 49 – Dimensões e perfis do piso



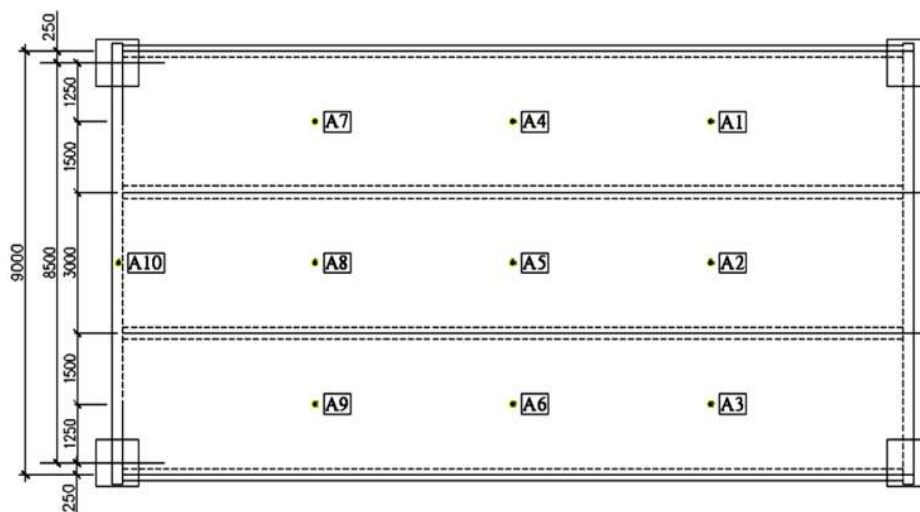
Fonte: Adaptado de Fahmy e Sidky (2012)

Figura 50 – Vista e corte da estrutura



Fonte: Adaptado de Fahmy e Sidky (2012)

Figura 51 – Posicionamento dos acelerômetros



Fonte: Adaptado de Fahmy e Sidky (2012)

Vale observar que nos perfis nomeados “SB1\*25” e “SB1\*40” (vigas secundárias) foi soldada uma placa metálica retangular de dimensões 300 mm x 30 mm, como mostrado na seção 1, na Figura 50.

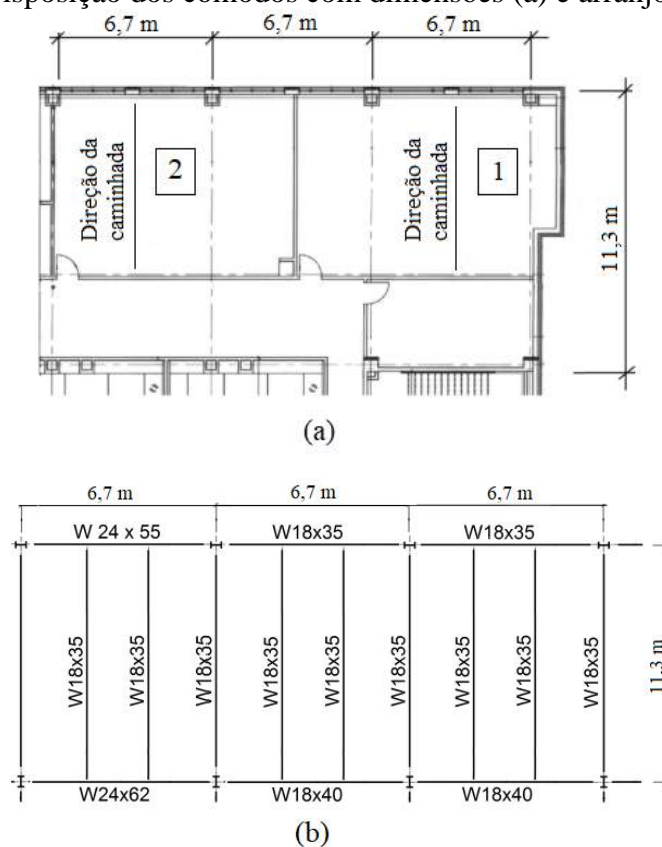
#### 4.2.2 Alta frequência fundamental

##### 4.2.2.1 Salas de aula 403 e 405 (LIU, 2015)

Os estudos desenvolvidos por Liu (2015) analisaram pisos mistos de aço e concreto sujeitos a ocupações sensíveis, utilizando parte dos resultados experimentais obtidos por Davis (2008). Além destes, foram analisados outros pisos, como duas salas da Faculdade de Ciências da Saúde (salas 403 e 405), na Universidade de Kentucky. Ambos pisos possuíam *layout* idêntico, com dimensões totais de 20,1 m x 11,3 m, conforme Figura 52a, porém situadas em diferentes pavimentos e com diferentes ocupações.

Com relação aos elementos estruturais, as vigas são constituídas por perfis metálicos laminados do tipo “W”, dispostos como mostrado na Figura 52b. O tipo de laje usada é *steel deck*, com a altura total igual a 16 cm, sendo a altura da nervura igual a 5 cm e da laje maciça igual a 11 cm. O módulo de elasticidade do concreto, o coeficiente PM e o coeficiente de Poisson foram iguais a 31,7 GPa, 1,50 e 0,2, respectivamente.

Figura 52 – Disposição dos cômodos com dimensões (a) e arranjo dos perfis (b)



Fonte: Adaptado de Liu (2015)

Os resultados dos experimentos para ambas salas foram obtidos com o uso de um acelerômetro locado na região central das lajes. Os ensaios para sala 403 foram realizadas na laje 1, com frequências de passo iguais a 1,5 Hz, 1,67 Hz, 1,83 Hz, 2,00 Hz e 2,17 Hz e os experimentos para a sala 405 foram realizados na laje 2, com frequências de passo iguais a 1,67 Hz, 1,83 Hz, 2,00 Hz, 2,08 Hz e 2,17 Hz. Liu (2015) recomenda a inclusão de elementos de mola ao modelo, para a consideração da rigidez da alvenaria, cujo valor vale  $2,15 \times 10^6$  N/m. Este trabalho não disponibilizou os valores de amortecimento dos pisos.

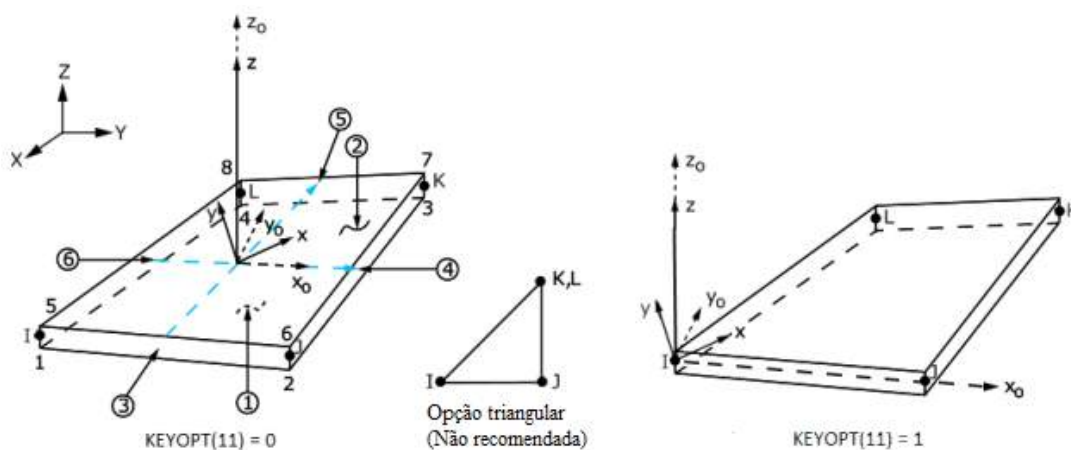
#### 4.3 Modelo numérico pelo MEF

A modelagem computacional do presente trabalho foi realizada no programa computacional Ansys, que utiliza o Método dos Elementos Finitos para realizar a análise dos pisos. A modelagem de cada elemento estrutural é detalhada a seguir.

### 4.3.1 Lajes

Para a modelagem de todas as lajes será utilizado o elemento finito SHELL181 que é adequado para a análise de estruturas de casca fina a moderadamente espessas, com seis graus de liberdade em cada nó (três translações e três rotações). Este elemento também permite a escolha da criação de malhas em formato retangular ou triangular, porém este último é recomendado apenas para preenchimento na geração da malha (ANSYS, 2013). A Figura 53 apresenta a geometria do elemento SHELL181.

Figura 53 – Elemento SHELL181



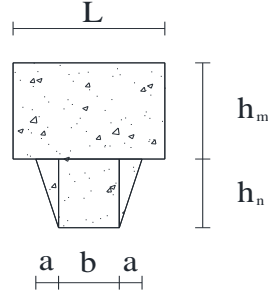
Fonte: Adaptado de Ansys (2013)

Além disso, para o caso das lajes com fôrmas do tipo *steel deck*, Barret (2006) sugere uma adaptação da modelagem a fim de torná-la mais simples. A fim de evitar a modelagem das nervuras, sugere-se a modelagem apenas da altura maciça de concreto, majorando o módulo de elasticidade longitudinal e transversal do concreto na direção das nervuras (ver Figura 15 e Figura 16), pois a presença das nervuras influenciará significativamente na rigidez do piso. Para tal, Barret (2006) indica o procedimento a seguir:

- Para a *steel deck*, calcula-se a área total da laje em uma largura (L) unitária, a fim de obter uma seção transversal equivalente com a mesma área, mantendo-se a altura constante, conforme Figura 54;
- O concreto deve ser modelado como um material ortotrópico;

- O módulo de elasticidade longitudinal e transversal do concreto, na direção da nervura, devem ser majorados por um coeficiente de modificação das propriedades (PM), determinado através das equações (87) e (88).

Figura 54 – Seção transversal equivalente



$$I_{comp} = I_{ret,m} + A_{ret,m} \left( h_e - \frac{h_m}{2} - c_{ge} \right)^2 + I_{ret,n} + A_{ret,n} \left( c_{ge} - \frac{h_n}{2} \right)^2 + 2 \left( I_{tria,n} + A_{tria,n} \left( c_{ge} - \frac{2h_n}{3} \right)^2 \right) \quad (87)$$

$$PM = \frac{I_{comp}}{I_{ret,m}} \quad (88)$$

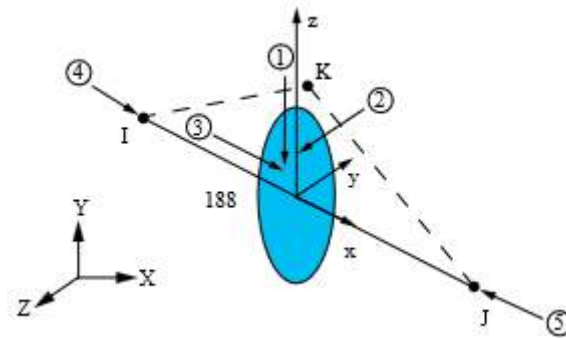
De acordo com a Figura 54,  $c_{g3}$  é o centroide da seção equivalente,  $A_{ret,m}$  e  $I_{ret,m}$  são a área e o momento de inércia do retângulo superior, respectivamente,  $A_{ret,n}$  e  $I_{ret,n}$  são a área e o momento de inércia do retângulo inferior, respectivamente e  $A_{tria,n}$  e  $I_{tria,n}$  são área e o momento de inércia do triângulo, respectivamente.

#### 4.3.2 Vigas

A modelagem das vigas será realizada utilizando o elemento BEAM188, sendo adequado para a análise de vigas delgadas e até moderadamente espessas. Sua formulação é baseada na teoria de vigas de Timoshenko e, portanto, considera o efeito da distorção por cisalhamento. Este elemento é definido através de dois nós, possuindo seis ou sete graus de liberdade em cada nó, sendo o sétimo opcional, referente a magnitude de

deformação, para o caso de grandes rotações ou esforços (ANSYS, 2013). A Figura 55 apresenta a geometria do elemento BEAM188.

Figura 55 – Elemento BEAM188

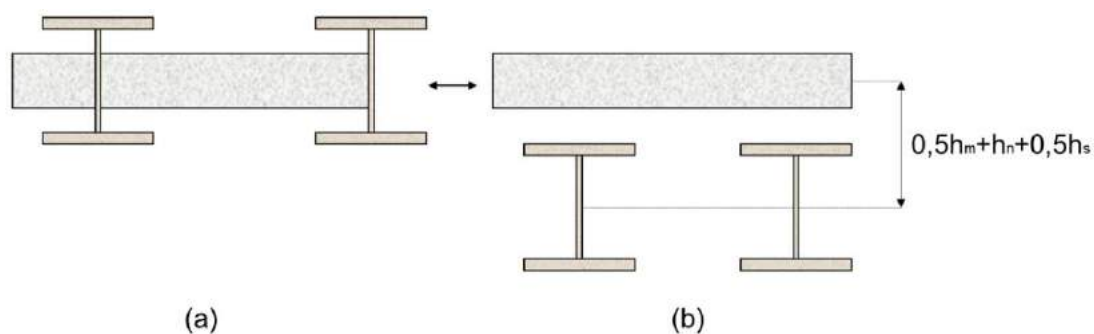


Fonte: Adaptado de Ansys (2013)

Foi utilizado o elemento COMBIN39 (Figura 56), quando necessária a adoção de ligações flexíveis. Este é um elemento unidirecional com capacidade longitudinal ou torcional em aplicações 1D, 2D ou 3D. Será utilizada a opção longitudinal, na qual o elemento possuirá apenas graus de liberdade de deslocamento nas direções X, Y e Z, não sendo considerado nenhum efeito de flexão (ANSYS, 2013). Este elemento necessita apenas da inserção da curva momento-rotação da ligação. Hecke (2010) sugere diferentes valores para esta relação, de acordo com graus de rigidez. Além disso, este elemento deve ser criado em nós quase coincidentes, a fim de não apresentar influência nos resultados.



Figura 57 – Posição inicial da modelagem (a) e posição com deslocamento (b)



#### 4.3.3 Pilares

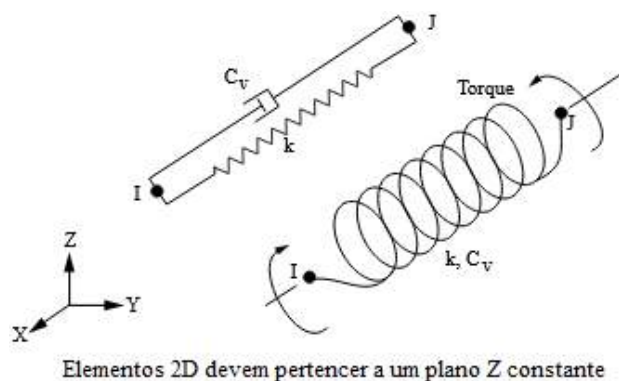
A modelagem dos pilares pode influenciar significativamente os resultados das propriedades dinâmicas da estrutura. Eles serão modelados, acima e abaixo do nível do piso, com altura igual a altura entre pavimentos, para os exemplos referentes a edificações. Para o caso dos espécimes moldados em laboratório, os pilares serão modelados somente abaixo do nível do piso, com altura igual a distância entre piso ao chão. Em ambos os casos, será utilizado o elemento BEAM188.

#### 4.3.4 Elementos não estruturais

A modelagem das vedações verticais apresenta grande influência nas frequências naturais da estrutura e, como consequência, em sua resposta dinâmica. Portanto, para a modelagem destes elementos foi utilizando o elemento de mola COMBIN14 (Figura 58), que pode ser aplicado em problemas 1D, 2D ou 3D, com capacidade longitudinal e torsional (ANSYS, 2013). Para a representação da alvenaria este elemento foi utilizado atribuindo o valor da rigidez disponibilizada pelos autores ao coeficiente de mola do elemento.



Figura 58 – Elemento COMBIN14



Fonte: Adaptado de Ansys (2013)

#### 4.3.5 Malha

O tamanho da malha dos elementos finitos utilizados influencia diretamente nos resultados do modelo. Para o presente trabalho, a dimensão da malha foi adotada igual a aproximadamente 25 centímetros.

Além disso, de modo a garantir que os elementos de viga e de laje trabalhem em conjunto, como sugerido por Barret (2006), Davis (2008) e Campista e Silva (2018), o tamanho da malha para estes elementos foi adotado com mesma dimensão, a fim de compatibilizar os nós e, consequentemente, os esforços e deslocamentos dos elementos.

#### 4.4 Validação dos modelos estruturais

Os pisos descritos no item 4.2 foram modelados de acordo com as observações apresentadas no item 4.3, no *software* Ansys. Foi realizada a análise modal de todos os pisos, para a obtenção dos valores de frequência natural do piso. Para a validação dos modelos desenvolvidos, foi comparado o valor da frequência fundamental obtido experimentalmente e a da modelagem computacional. Caso estas apresentassem valores próximos ao modelo, seriam consideradas validadas.

#### 4.5 Análise transiente

Após a validação dos modelos estruturais, foram avaliadas as acelerações dos pisos com a aplicação e simulação de cada modelo matemático de carregamento humano descrito no item 4.1. Estes modelos foram aplicados ao longo da trajetória do caminhar,

definida no ensaio experimental, para as simulações que considerem a variação espacial da carga, e aplicados apenas no centro da laje, para as simulações apenas com variação temporal.

O amortecimento estrutural foi inserido com o uso dos coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  da matriz de amortecimento de Rayleigh (item 3.6), utilizando a taxa de amortecimento estimada experimentalmente. Na ausência destes valores, foram adotados aqueles sugeridos por Murray et al. (2016), aqui dispostos na Tabela 1. Para o cálculo dos coeficientes, foram utilizadas a frequência fundamental e a frequência natural mais próxima do maior harmônico de excitação.

Foi executada uma análise transiente para cada modelo de caminhar humano, para cada ensaio de cada piso. Com o objetivo de obter a resposta do histórico de acelerações ao longo do tempo com acurácia deve-se adotar o menor intervalo de integração possível na análise transiente. O presente trabalho considerou satisfatório os resultados obtidos utilizando o intervalo de 0,001 segundos, com duração total igual ao tempo necessário para a realização do ensaio (equação (86)).

De forma análoga ao que foi notado por Mello (2005), ao analisar os históricos de aceleração, foram observados, em todas as análises, valores de pico que não eram representativos para a resposta do piso e que necessitavam serem removidos. Entretanto, este autor não explicitou um método preciso para a remoção dos picos, removendo-os a partir de análises subjetivas.

Com o objetivo de utilizar um método consistente para a remoção destes picos considerados fora de série, foi utilizada a metodologia para remoção de *outliers* (MONTGOMERY; RUNGER, 2014). Esta consiste em determinar estatisticamente o valor do primeiro ( $Q_1$ ) e terceiro ( $Q_3$ ) quartis da amostra e, a partir destes, definir o limite máximo e mínimo para os pontos pertencerem a amostra, conforme equação (89).

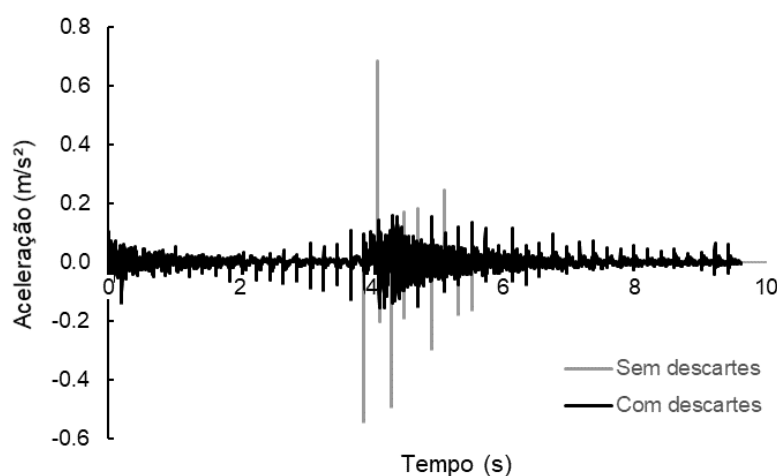
$$Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) \leq Valor \leq Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1) \quad (89)$$

O procedimento foi realizado para os pisos de baixa e alta frequência fundamental. Foi possível observar que, para o primeiro tipo de piso, a quantidade de pontos a serem removidos foi superior ao necessário, modificando drasticamente os resultados; enquanto que, para o segundo tipo de pisos, em alguns casos a remoção ocorreu de forma mais realista, devido a própria distribuição dos dados ao longo do tempo. No entanto, como

este método não pode ser utilizado com precisão para todos os casos, este foi desconsiderado.

Portanto, com o objetivo de obter resultados coerentes, os picos considerados fora de série foram removidos do histórico de acelerações com o uso de critérios subjetivos. A Figura 59 apresenta um exemplo de remoção para um piso de baixa frequência fundamental.

Figura 59 – Exemplo de descarte de pontos em piso de baixa frequência fundamental



O problema dos picos excessivos observado nas análises dos pisos de alta frequência fundamental apresentou natureza diferente, devido às propriedades dinâmicas da estrutura. Para estes casos, ocorreram picos ao longo de todo o período da simulação, como mostrado na Figura 60a. Ao realizar uma aproximação do histórico para uma pequena região é possível corroborar que os picos de fato não representam a série de dados como um todo (Figura 60b). Desta forma, estes picos também foram removidos com critérios subjetivos, como mostrado na Figura 61.

Figura 60 – Perturbação em pisos de alta frequência fundamental

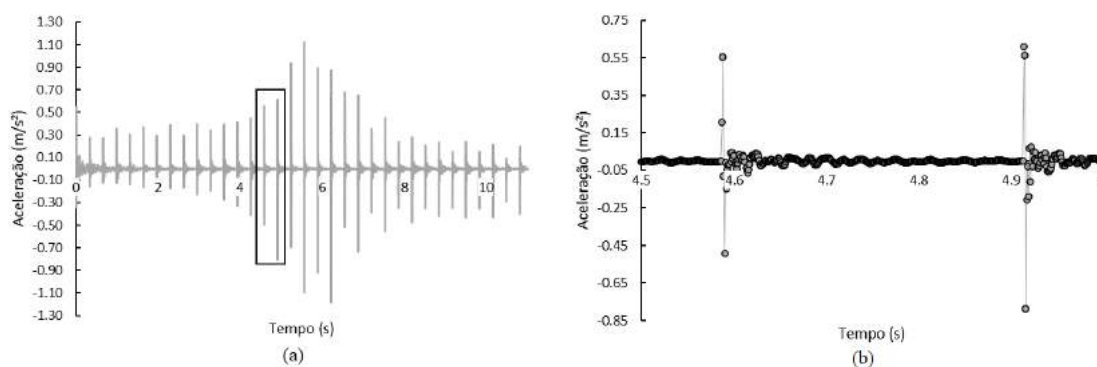
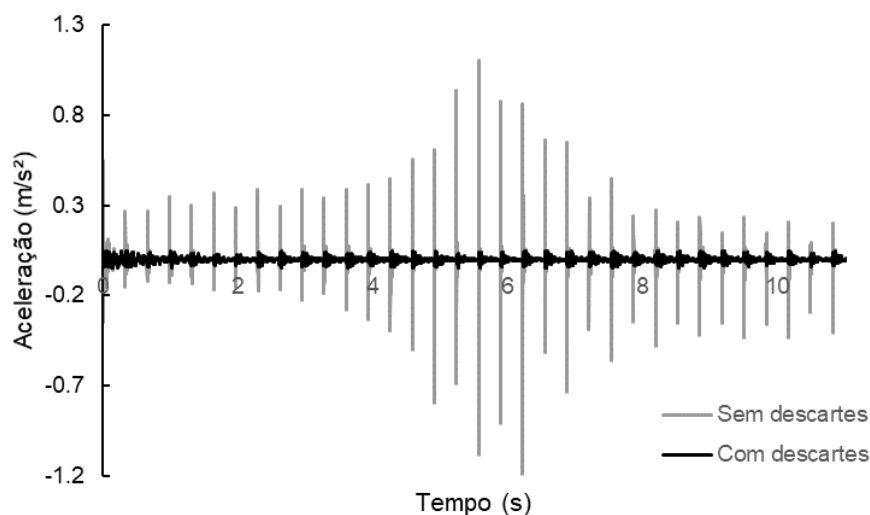


Figura 61 – Exemplo de descarte de pontos em piso de alta frequência fundamental



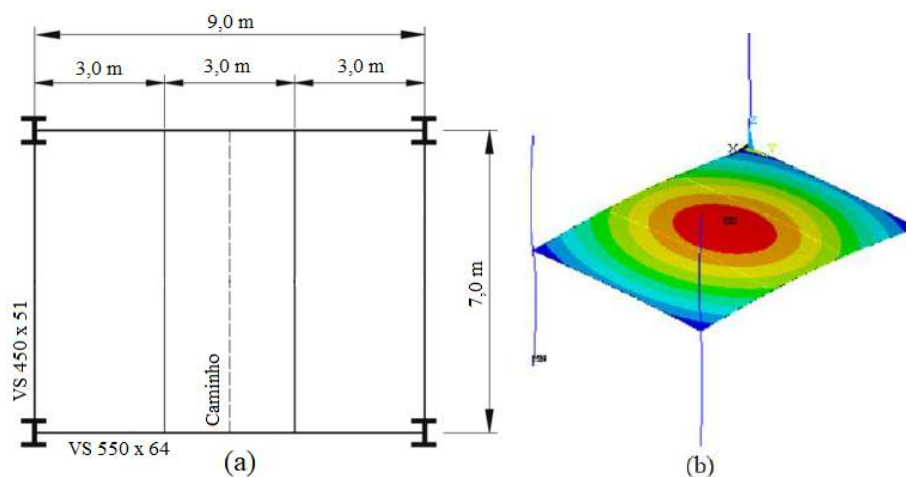
#### 4.6 Verificação da metodologia

Com o objetivo de verificar e ratificar a metodologia que seria aplicada aos pisos ensaiados experimentalmente, a princípio foi modelado um dos pisos utilizados por Mello et al. (2008). O piso selecionado é formado por perfis e dimensões apresentados na Figura 62a, com espessura da laje maciça, módulo de elasticidade longitudinal do concreto e altura dos pilares (acima e abaixo do plano da laje) igual a 0,15 m, 24 GPa e 3 m, respectivamente.

A princípio, foram aplicadas as técnicas de modelagens detalhadas no item 4.3 e realizada uma análise modal, com o objetivo de comparar as frequências naturais dos pisos. A frequência fundamental determinada por Mello et al. (2008) foi igual a 7,42 Hz (Figura 62b). Neste trabalho, o resultado da análise modal resultou em uma frequência

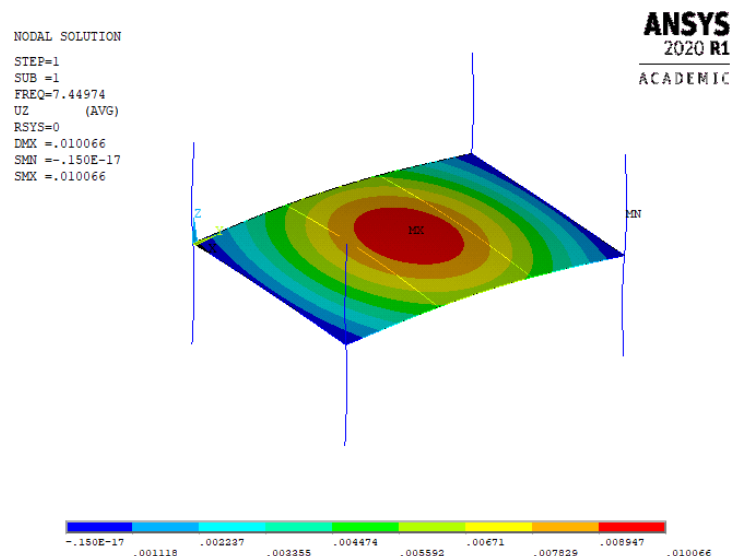
fundamental igual a 7,45 Hz (Figura 63), com um erro relativo inferior a 0,5%. Portanto, como as frequências foram próximas, o piso foi considerado validado e foram realizadas as análises transientes.

Figura 62 – Piso modelo (a) e primeiro modo de vibração (b)



Fonte: Adaptado de Mello et al. (2008)

Figura 63 – Primeiro modo de vibração do modelo



As análises transientes foram realizadas com um intervalo de integração igual a 0,001 s, com os quatro modelos utilizados por estes autores (uma componente harmônica, série de Fourier com 4 harmônicos, aplicada no ponto central e em movimento, e o modelo de Varela e Battista (2009), com fator de impacto do calcanhar igual a 1,12). Os

históricos de aceleração foram analisados, removendo os picos incoerentes com o restante dos dados. Os resultados de aceleração de pico obtidos neste trabalho e por Mello et al. (2008), para cada modelo de carregamento, estão dispostos na Tabela 16.

Tabela 16 – Resultados para o piso modelo

Modelo	$a_p$ (%g)	$a_p$ de referência (MELLO et al., 2008)	Erro absoluto (%g)
Uma componente harmônica	0,0615	0,055	0,0065
Fourier 4 Harmônicos – Estática	0,0675	0,066	0,0015
Fourier 4 Harmônicos – Dinâmica	0,1377	0,132	0,0057
Varela e Battista – $f_{mi} = 1,12$	0,2362	0,228	0,0082

Com base nestes resultados de aceleração é possível observar que os valores obtidos foram muito próximos aos determinados por Mello et al. (2008), para todos os modelos de carregamento dinâmico. Esta observação confirma a consistência da metodologia do presente trabalho, desde a modelagem até a aplicação dos carregamentos dinâmicos. Portanto, as metodologias descritas no item 4 foram utilizadas para os demais pisos e ensaios.

## 4.7 Ações estáticas

### 4.7.1 American Institute of Steel Construction (ANSI/AISC 360-16)

A metodologia simplificada apresentada por Murray et al. (2016) é mais consistente em relação a norma brasileira, pois considera os efeitos dinâmicos da estrutura, possibilitando o cálculo da frequência fundamental e da aceleração máxima do piso (vide item 3.3.1). Este método foi utilizado com base nos carregamentos permanentes obtidos na ASCE Standard (2013), apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Ações Permanentes

			Ações (kN/m²)
Escritórios e salas de aula	Laje	Maciça	25h <sub>m</sub>
		Steel Deck	Vide Fornecedor
	Revestimento		1,15
	Divisórias		0,38
Espécimes de laboratório	Forro		0,19
	Laje	Maciça	25h <sub>m</sub>
		Steel Deck	Vide Fornecedor
	Revestimento		1,15

Fonte: ASCE Standard (2013)

As ações variáveis foram obtidas na mesma norma, iguais a 1,92 kN/m² para as salas de aula e 0,96 kN/m² para regiões de pouco acesso, valor adotado para os espécimes de laboratório. As taxas de amortecimento adotadas seguiram os valores apresentados na Tabela 1. Portanto, os pisos foram analisados através desta metodologia a fim de comparar os resultados de frequência fundamental e acelerações de pico aos resultados obtidos numericamente, experimentalmente e pelo método proposto por Smith, Hicks e Devine (2009).

#### 4.7.2 *Steel Construction Institute (SCI P354)*

A metodologia simplificada proposta por Wyatt (1989) e posteriormente atualizada por Smith, Hicks e Devine (2009) possui boa consistência, pois foi elaborada a partir de bases teóricas e práticas considerando as propriedades dinâmicas da estrutura e dos carregamentos.

Para a aplicação deste método, foram utilizados os carregamentos permanentes obtidos na ASCE Standard (2013), apresentados na Tabela 17, as taxas de amortecimento adotadas para os cálculos foram obtidas através da Tabela 4 e as frequências de passo, iguais as frequências dos ensaios realizados.

Assim, os pisos foram analisados por esta metodologia com o objetivo de obter os valores de frequência fundamental e de aceleração *rms*, a fim de comparar estes valores aos obtidos nas análises numéricas, experimentais e com a análise simplificada dada por Murray et al. (2016).

### 4.7.3 NBR 8800:2008

A aceitabilidade dos pisos para esta análise simplificada necessita da determinação do deslocamento vertical máximo do piso sujeito a carregamento estático obtido por combinações frequentes de serviço. Como alternativa, pode-se avaliar a aceitabilidade do piso através do critério da frequência fundamental mínima.

Para a análise por deslocamentos máximos, as ações permanentes e variáveis foram obtidas na NBR 6120:2019. Para o caso de estruturas formadas por lajes do tipo *steel deck*, o seu peso próprio foi determinado através do catálogo da fornecedora das respectivas fôrmas. A Tabela 18 e a Tabela 19 apresentam, respectivamente, os valores das ações permanentes e das ações variáveis utilizadas.

Tabela 18 – Ações permanentes

			Ações (kN/m <sup>2</sup> )
Edifícios comerciais e salas de aula	Laje	Maciça	25h <sub>m</sub>
		Steel Deck	Vide Fornecedor
	Revestimento		1,0
	Divisórias		0,5
Espécimes de laboratório	Forro		0,25
	Laje	Maciça	25h <sub>m</sub>
		Steel Deck	Vide Fornecedor
	Revestimento		1,0

Fonte: NBR 6120:2019

Tabela 19 – Ações Variáveis e coeficientes de ponderação

	Edifícios comerciais	Salas de aula	Espécimes de laboratório*
Carga [kN/m <sup>2</sup> ]	2,5	3,0	0,1**
Ψ <sub>1</sub>	0,6	0,6	0,3
Ψ <sub>2</sub>	0,4	0,4	0,4

Fonte: NBR 6120:2019 e NBR 8681:2003

\* Carga referente a forros com acesso apenas para manutenção e sem estoque de materiais;

\*\* Não é permitida a redução da carga.



Com base nestes valores de ações e na equação (35), os carregamentos foram aplicados ao modelo estrutural desenvolvido no Ansys, separadamente dos modelos matemáticos descritos no item 4.1. Foi realizada uma análise estática, com o objetivo de obter o deslocamento vertical máximo dos pisos, os quais foram comparados ao limite máximo de deslocamento. Como a presente norma não apresenta métodos para a determinação da frequência fundamental, os resultados obtidos através da análise numérica foram utilizados para comparação com os limites mínimos de frequência (limites apresentados na Tabela 6).

## 5 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

Os pisos mistos de aço e concreto, ensaiados em trabalhos anteriores, descritos no item 4.2, foram modelados no programa computacional Ansys. Inicialmente foram realizadas análises modais em todos os pisos, com o objetivo de validá-los. Em seguida foram realizadas análises transientes para cada ensaio realizado, para todos os modelos de carregamento dinâmico selecionados e apresentados no item 4.1, totalizando 130 simulações.

Os modelos de carregamento dinâmico foram aplicados de forma a representar adequadamente os ensaios, com as respectivas frequências de passo e na distância percorrida no ensaio. Para cada simulação foi obtido o histórico de aceleração ao longo do tempo, para todos os pontos que foram instrumentados com acelerômetros nos respectivos ensaios. Ao total foram obtidos 220 históricos de aceleração ao longo do tempo, sendo 120 para os pisos de baixa frequência fundamental e 100 para os pisos de alta frequência fundamental, apresentados no APÊNDICE A e no APÊNDICE B, respectivamente. Em posse dos históricos, foi determinada a aceleração de pico, com e sem remoção dos pontos extremos, e as acelerações *rms*, cujos valores foram comparados aos experimentais.

Foram desenvolvidas as metodologias simplificadas para todos os pisos, como descrito no item 3.3, obtendo os resultados de frequência fundamental e aceleração para o método da norma americana e da norma europeia e o deslocamento vertical, para a norma brasileira.

A seguir são apresentados os resultados obtidos através das simulações numéricas. Para fins de notação, F3E e F3D se referem ao modelo de série de Fourier com 3 harmônicos, aplicado a um ponto e em movimento, respectivamente. F4E e F4D se referem ao modelo de série de Fourier com 4 harmônicos, aplicado a um ponto e em movimento, respectivamente. BioT e BioV se referem aos modelos biodinâmicos de Toso et al. (2016) e Varela, Pfeil e Costa (2020), respectivamente. Prob se refere ao modelo probabilístico de Zivanovic e Pavic (2007). PU se refere ao modelo de passo único de Li et al. (2010). VB1.12 e VB1.25 se referem ao modelo de Varela e Battista (2009), com fator de impacto do calcanhar igual a 1,12 e 1,25, respectivamente.

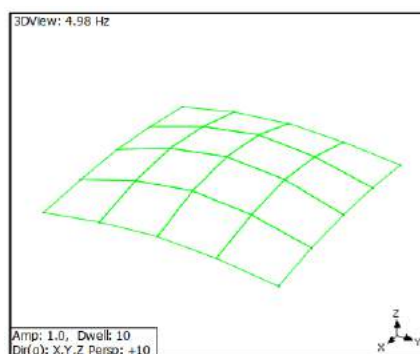
## 5.1 Baixa frequência fundamental

### 5.1.1 Piso moldado em laboratório com grandes dimensões (DAVIS, 2008)

#### 5.1.1.1 Análise modal

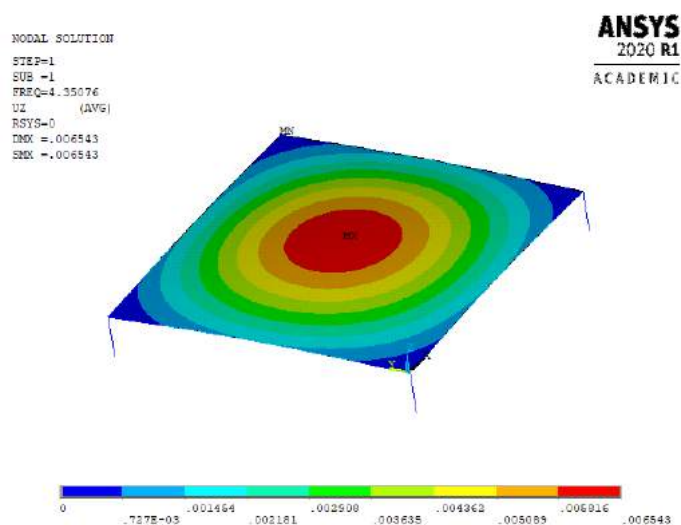
Davis (2008), em ensaios experimentais, determinou que a frequência fundamental do piso foi igual a 4,98 Hz, com 1º modo de vibração apresentado na Figura 64. Com base nas discussões prévias, este piso foi modelado e realizada uma análise modal, obtendo as primeiras frequências naturais e seus respectivos modos de vibração. O 1º modo de vibração obtido na análise numérica é exibido na Figura 65.

Figura 64 – 1º modo de vibração do Piso 1



Fonte: Davis (2008)

Figura 65 – 1º modo de vibração do Piso 1, obtido numericamente

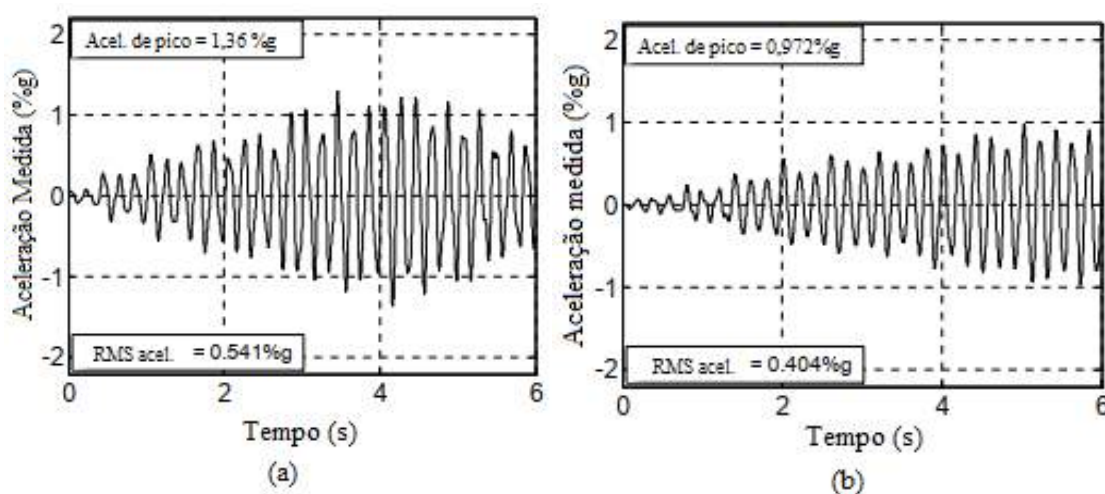


A frequência fundamental obtida na modelagem foi igual a 4,35 Hz, com erro absoluto e relativo iguais a 0,63 Hz e 12,65%, respectivamente. Além disso, ao se comparar a Figura 64 com a Figura 65 é possível observar que ambas apresentam grande semelhança. Portanto, com base nestas observações o modelo foi validado e avançado para a etapa de aplicação dos carregamentos dinâmicos.

### 5.1.1.2 *Análise transiente*

Davis (2008) realizou experimentos de caminhar com uma frequência de passo igual a 1,67 Hz e em ambas direções do piso (ver item 4.2.1.1). Este autor obteve as acelerações na região central do piso, cujos históricos de aceleração para o voluntário caminhando na direção paralela e perpendicular às nervuras são mostrados na Figura 66a e Figura 66b, respectivamente.

Figura 66 – Resultado das acelerações com o caminhar paralelo (a) e perpendicular às nervuras (b)



Fonte: Adaptado de Davis (2008)

Davis (2008) apresenta os resultados em termos de aceleração de pico e *rms*, para cada caso analisado. Este autor determinou a aceleração de pico igual a 1,36 %g e *rms* 0,541 %g, para os ensaios na direção paralela às nervuras, e uma aceleração de pico de 0,972 %g e *rms* de 0,404 %g, para a direção perpendicular às nervuras.

Na presente pesquisa, após a etapa de validação, foram realizadas as análises transientes neste piso, para ambas direções de caminhada. As análises foram realizadas para as 10 situações de carregamento, obtendo os históricos de aceleração apresentados na Figura 74 e na Figura 75 (Apêndice A), para a direção paralela e perpendicular às nervuras respectivamente.

A princípio foram determinadas as acelerações de pico e *rms* para toda a série de dados, visando verificar a influência que a falta do pós-processamento dos dados provoca nos resultados. A Tabela 20 apresenta estes resultados, para a direção paralela às nervuras, e os valores dos erros relativos.

Tabela 20 – Resultados com todos os dados para o piso 1 – Direção paralela

Modelo	$a_p$ (%g)	$a_{rms}$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	Erro - $a_{rms}$ (%)
F3E	11,4035	0,3716	738,49	-31,31
F3D	3,0944	0,2182	127,53	-59,66
F4E	11,3875	0,2924	737,32	-45,95
F4D	3,0333	0,2177	123,04	-59,76
BioT	2,5305	0,1512	86,06	-72,05
BioV	6,9845	0,2966	413,57	-45,18
Prob	3,2677	0,2882	140,27	-46,72
PU	8,0848	0,8850	494,47	63,58
VB1.12	20,8355	1,0502	1432,02	94,12
VB1.25	32,7531	1,4971	2308,32	176,73

Em comparação ao valor experimental da aceleração de pico, igual a 1,36 %g, é possível observar que se não houver um processamento dos dados, o piso pode ser dimensionado para acelerações centenas (e até milhares) de vezes mais altas que os valores reais. No entanto, para os resultados de aceleração *rms*, com resultado experimental igual a 0,541 %g, mesmo sem a remoção dos pontos extremos, 7 dos 10 modelos apresentaram valores abaixo dos valores de referência.

Os valores considerados como descontinuidades, devido a perturbação causada pela aplicação das cargas concentradas, foram analisados e removidos a partir de critérios subjetivos, de modo a manter uma distribuição de pontos consistente no histórico de acelerações (ver Figura 59) e não influenciar nos resultados finais dos modelos. A Tabela 21 apresenta os resultados finais de aceleração após as remoções, juntamente com a quantidade de pontos descartados para cada modelo.

Tabela 21 – Resultados sem pontos extremos para o piso 1 – Direção paralela

Modelo	$a_p$ (%g)	$a_{rms}$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	Erro - $a_{rms}$ (%)	Descarte
F3E	0,9198	0,2573	-32,37	-52,43	49 pontos
F3D	1,7157	0,2049	26,15	-62,13	12 pontos
F4E	0,9220	0,2576	-32,21	-52,38	46 pontos
F4D	1,6770	0,2047	23,31	-62,16	11 pontos
BioT	1,3939	0,1346	2,50	-75,13	14 pontos
BioV	1,6012	0,2607	17,73	-51,81	19 pontos
Prob	1,7520	0,2789	28,82	-48,45	8 pontos
PU	2,2159	0,8132	62,94	50,32	193 pontos
VB1.12	2,8548	0,7783	109,91	43,86	221 pontos
VB1.25	4,5840	1,0848	237,06	100,51	172 pontos

Após a retirada dos pontos considerados extremos é possível observar que os resultados de aceleração de pico estão na mesma ordem de grandeza dos resultados experimentais. Especificamente para este caso, destacou-se o modelo biodinâmico de Toso et al. (2016) (BioT) que proporcionou os melhores resultados. No entanto, o uso deste modelo não proporcionou bons resultados para a aceleração *rms*. Os únicos modelos que apresentaram bons resultados para este quesito foram o de passo único (PU) e os de impacto do calcanhar, em específico, com coeficiente de impacto igual a 1,12 (VB1.12).

Vale atentar-se que o uso de 3 ou 4 harmônicos na série de Fourier não causou significativa diferença dos resultados. Além disso, ao considerar a carga aplicada apenas no ponto central do trajeto do caminhar, ambos os resultados de aceleração resultaram abaixo dos valores experimentais, mostrando que este tipo de consideração em projetos pode levar ao subdimensionamento dos pisos quanto ao conforto humano.

O mesmo procedimento realizado para a direção perpendicular às nervuras, com resultados considerando toda a série de dados e com a retirada dos pontos apresentados na Tabela 22 e na Tabela 23, respectivamente.

Tabela 22 – Resultados com pontos extremos para o piso 1 – Direção perpendicular

Modelo	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Erro - $a_{rms}$ (%)
F3E	11,4035	0,2921	1073,20	-27,69
F3D	4,7951	0,2463	393,32	-39,03
F4E	11,3875	0,2924	1071,55	-27,63
F4D	4,6998	0,2471	383,52	-38,84
BioT	3,8046	0,1867	291,42	-53,78
BioV	5,3599	0,3094	451,43	-23,42
Prob	4,0279	0,2341	314,39	-42,05
PU	7,0358	0,5300	623,85	31,19
VB1.12	13,8128	0,9537	1321,07	136,07
VB1.25	42,1404	3,0012	4235,43	642,86

Tabela 23 – Resultados sem pontos extremos para o piso 1 – Direção perpendicular

Modelo	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Erro - $a_{rms}$ (%)	Descarte
F3E	0,9198	0,2573	-5,37	-36,30	49 pontos
F3D	1,5382	0,2189	58,25	-45,82	21 pontos
F4E	0,9220	0,2576	-5,14	-36,23	46 pontos
F4D	1,5802	0,2197	62,57	-45,62	21 pontos
BioT	1,2132	0,1579	24,82	-60,91	19 pontos
BioV	1,3198	0,2636	35,78	-34,76	45 pontos
Prob	1,4621	0,2099	50,43	-48,05	19 pontos
PU	1,8281	0,4992	88,08	23,55	37 pontos
VB1.12	2,0381	0,6555	109,68	62,25	424 pontos
VB1.25	3,5652	1,4479	266,79	258,39	1422 pontos

Os resultados para a direção perpendicular às nervuras foram semelhantes aos obtidos para a direção paralela. Os melhores resultados para a análise da aceleração de pico foram obtidos com o uso dos modelos biodinâmicos, enquanto que os piores, com o modelo de impacto do calcanhar. Além disso, as análises utilizando as séries de Fourier também apresentaram resultados análogos. Para o caso de cargas concentradas, os valores podem não representar a aceleração real, pois dependerá dos critérios utilizados pelo calculista para remoção dos pontos, porém de modo geral apresentam resultados abaixo dos experimentais. Para o caso deste modelo variando espacialmente, os valores de aceleração de pico foram superiores aos experimentais, portanto, a favor da segurança e do conforto humano.

No entanto, ao serem analisados os resultados de aceleração *rms*, pode se observar que novamente os 7 primeiros modelos obtiveram valores abaixo dos experimentais.

Apenas o modelo de passo único e o de impacto do calcanhar ( $f_{mi} = 1,12$ ) apresentaram bons resultados para este tipo de análise. Em vista disto, para comparações relativas à aceleração *rms* com os métodos simplificados, foram utilizados os valores determinados por estes últimos dois modelos.

### 5.1.1.3 Análises simplificadas

As metodologias simplificadas foram aplicadas para o piso ensaiado por Davis (2008) e seus respectivos resultados foram obtidos. Para o caso da norma brasileira, o deslocamento vertical foi obtido com a aplicação das cargas no *software* Ansys (Figura 67). O resumo dos resultados destas metodologias está disponível na Tabela 24.

Figura 67 – Deslocamentos verticais do Piso 1

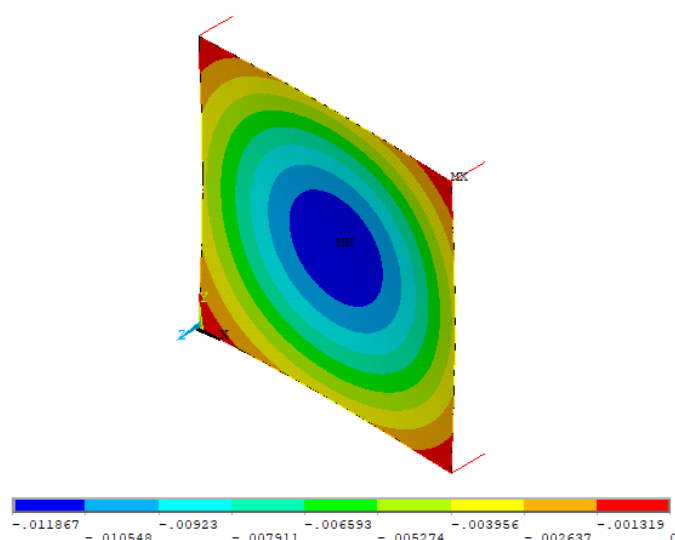


Tabela 24 – Resultados pelos métodos simplificados – Piso 1

NBR 8800:2008	Murray et al. (2016)		Smith, Hicks e Devine (2009)	
Deslocamento Vertical (m)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_p$ (%g)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_{rms}$ (%g)
0,01187	3,48	1,39284	3,93	0,37114

É possível observar que a metodologia americana (MURRAY et al., 2016) proporcionou bons resultados, tanto para a frequência fundamental, quanto para a aceleração de pico, em comparação com os resultados experimentais. De forma análoga,



a metodologia europeia apresentou bons resultados para a frequência fundamental, no entanto os resultados de aceleração *rms* estavam abaixo dos experimentais e numéricos. Por fim, é possível notar que a metodologia brasileira foi a que apresentou resultados mais distantes, com relação a seu critério. Enquanto que o resultado atingiu apenas 59,35% do limite para rejeição (20 mm), os resultados de aceleração experimentais foram aproximadamente 3 vezes acima dos limites propostos pela norma americana (Figura 21). Ao se avaliar através do critério de frequência fundamental o valor obtido foi abaixo do limite normativo (4 Hz), o piso sendo rejeitado por este critério.

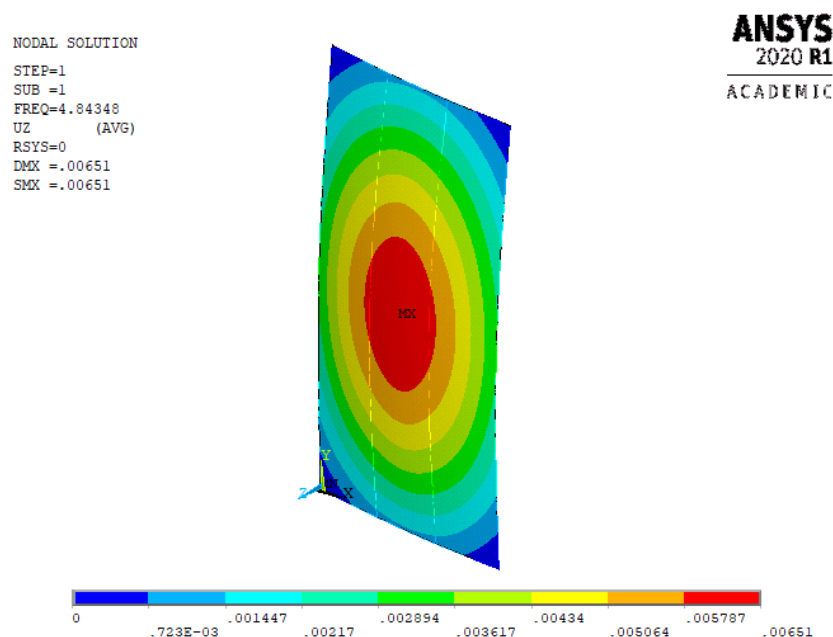
### *5.1.2 Piso moldado em laboratório com e sem piso elevado (FAHMY; SIDKY, 2012)*

#### *5.1.2.1 Análise modal*

Fahmy e Sidky (2012) realizaram ensaios de impacto do calcanhar para a determinação da frequência fundamental do piso. Este ensaio foi realizado no ponto A5 e os resultados foram obtidos nos pontos A3, A4, A5, A6 e A8 (ver Figura 51), obtendo o valor médio de 4,38 Hz.

De forma análoga ao realizado para o Piso 1, foi executada uma análise modal para o Piso 2 a fim de validar o modelo desenvolvido. O primeiro modo de vibração deste piso é apresentado na Figura 68, cujo valor foi determinado igual a 4,84 Hz. Os erros absoluto e relativo para este modelo foram iguais a 0,46 Hz e 10,5%, respectivamente. Portanto, o modelo foi considerado validado para posterior aplicação dos carregamentos dinâmicos.

Figura 68 – 1º modo de vibração do Piso 2, obtido numericamente



### 5.1.2.2 Análise transiente

Os ensaios de caminhada foram realizados por Fahmy e Sidky (2012) na direção longitudinal do piso, com obtenção dos resultados de aceleração para todos os 10 pontos instrumentados (Figura 51). Os valores de aceleração de pico em todos os pontos citados estão dispostos na Tabela 25. Estes autores não apresentaram resultados de aceleração *rms*.

Tabela 25 – Acelerações de pico experimentais

Ponto	Aceleração de Pico (%g)	Ponto	Aceleração de Pico (%g)
1	2,867	6	3,580
2	4,347	7	2,743
3	2,667	8	3,987
4	4,000	9	2,640
5	5,180	10	1,563

Fonte: Adaptado de Fahmy e Sidky (2012)

Os modelos de caminhar humano foram aplicados ao piso, com a frequência de passo de 2,20 Hz. Foram obtidos os históricos de aceleração para todas simulações, em todos os 10 pontos que possuíam resultados experimentais. Os históricos de aceleração

ao longo do tempo para estes pontos estão apresentados da Figura 76 a Figura 85 (Apêndice A).

A seguir, a Tabela 26 a Tabela 35 apresentam os valores de aceleração de pico (antes e após a remoção dos pontos extremos) e a aceleração *rms* após a remoção, junto com os erros relativos para aceleração de pico.

Tabela 26 – Resultados para o Piso 2: ponto 1

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (%g)	$a_{rms}$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	1,0200	-64,42	0,5079	0,1309	-82,29	49 pontos
F3D	0,9542	-66,72	0,5755	0,1132	-79,93	15 pontos
F4E	1,0239	-64,29	0,5091	0,1419	-82,24	47 pontos
F4D	0,9514	-66,82	0,5392	0,1217	-81,19	12 pontos
BioT	0,5792	-79,80	0,4182	0,0788	-85,41	12 pontos
BioV	0,5590	-80,50	0,4909	0,0821	-82,88	12 pontos
Prob	0,8088	-71,79	0,6108	0,1239	-78,70	28 pontos
PU	1,3095	-54,33	0,8374	0,1319	-70,79	29 pontos
VB1.12	1,5398	-46,29	1,0820	0,2197	-62,26	67 pontos
VB1.25	2,0225	-29,46	1,2424	0,2776	-56,67	73 pontos

Tabela 27 – Resultados para o Piso 2: ponto 2

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (%g)	$a_{rms}$ (%g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	4,6641	7,29	0,6769	0,1985	-84,43	74 pontos
F3D	9,7538	124,38	4,3575	0,3023	0,24	5 pontos
F4E	4,6560	7,11	1,1027	0,2145	-74,63	26 pontos
F4D	9,9159	128,11	4,9342	0,3067	13,51	5 pontos
BioT	9,2180	112,05	4,1719	0,2527	-4,03	8 pontos
BioV	9,1910	111,43	4,4822	0,2663	3,11	5 pontos
Prob	10,4412	140,19	4,3149	0,3101	-0,74	8 pontos
PU	9,2565	112,94	4,4626	0,3139	2,66	5 pontos
VB1.12	11,6434	167,85	5,2683	0,4512	21,19	7 pontos
VB1.25	15,4609	255,67	5,9671	0,5685	37,27	8 pontos

Tabela 28 – Resultados para o Piso 2: ponto 3

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	1,0200	-61,90	0,46	0,1301	-82,94	58 pontos
F3D	0,9542	-64,36	0,5382	0,1124	-79,89	23 pontos
F4E	1,0239	-61,75	0,5797	0,1434	-78,35	33 pontos
F4D	0,9514	-64,46	0,5197	0,1210	-80,59	18 pontos
BioT	0,5792	-78,36	0,4368	0,0790	-83,68	10 pontos
BioV	0,5590	-79,12	0,4539	0,0817	-83,04	15 pontos
Prob	0,8088	-69,79	0,5925	0,1211	-77,87	47 pontos
PU	1,4126	-47,23	0,7647	0,1395	-71,43	24 pontos
VB1.12	1,7113	-36,07	1,1965	0,2308	-55,31	29 pontos
VB1.25	2,5580	-4,44	1,5228	0,2939	-43,12	32 pontos

Tabela 29 – Resultados para o Piso 2: ponto 4

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	1,7154	-57,11	0,5602	0,1756	-86,00	66 pontos
F3D	1,1677	-70,81	0,4477	0,1312	-88,81	10 pontos
F4E	0,5860	-85,35	0,6325	0,1953	-84,19	52 pontos
F4D	0,8253	-79,37	0,4150	0,1469	-89,62	10 pontos
BioT	0,6941	-82,65	0,3895	0,0801	-90,26	10 pontos
BioV	0,6619	-83,45	0,4489	0,0868	-88,78	8 pontos
Prob	0,8766	-78,09	0,6192	0,1350	-84,52	19 pontos
PU	1,0605	-73,49	0,8804	0,1394	-77,99	29 pontos
VB1.12	1,3309	-66,73	1,1032	0,2279	-72,42	16 pontos
VB1.25	1,9163	-52,09	1,2164	0,2782	-69,59	45 pontos

Tabela 30 – Resultados para o Piso 2: ponto 5

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,6667	434,11	1,7655	0,2855	-65,92	16 pontos
F3D	7,6191	47,09	4,4368	0,3159	-14,35	8 pontos
F4E	27,6154	433,12	1,8657	0,2983	-63,98	12 pontos
F4D	7,3892	42,65	4,3923	0,3213	-15,21	8 pontos
BioT	8,3168	60,56	3,9778	0,2637	-23,21	8 pontos
BioV	8,0359	55,13	4,5802	0,2718	-11,58	7 pontos
Prob	10,3298	99,42	4,5232	0,3658	-12,68	8 pontos
PU	6,5361	26,18	4,4979	0,3069	-13,17	4 pontos
VB1.12	14,5284	180,47	4,9597	0,4491	-4,25	8 pontos
VB1.25	14,7718	185,17	5,5080	0,5632	6,33	6 pontos

Tabela 31 – Resultados para o Piso 2: ponto 6

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	1,7154	-52,08	0,6054	0,1765	-83,09	57 pontos
F3D	1,1677	-67,38	0,4530	0,1313	-87,35	8 pontos
F4E	1,7072	-52,31	0,6221	0,1951	-82,62	54 pontos
F4D	1,1644	-67,48	0,4459	0,1469	-87,54	9 pontos
BioT	0,6941	-80,61	0,4206	0,0803	-88,25	9 pontos
BioV	0,6619	-81,51	0,3780	0,0865	-89,44	11 pontos
Prob	0,8766	-75,51	0,5723	0,1343	-84,01	24 pontos
PU	1,0829	-69,75	0,7064	0,1428	-80,27	23 pontos
VB1.12	1,4863	-58,48	1,1610	0,2278	-67,57	15 pontos
VB1.25	1,9760	-44,81	1,2703	0,2781	-64,52	41 pontos

Tabela 32 – Resultados para o Piso 2: ponto 7

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	0,8515	-68,96	0,4023	0,1337	-85,33	64 pontos
F3D	1,7753	-35,28	0,5431	0,1148	-80,20	9 pontos
F4E	0,8484	-84,12	0,5263	0,1475	-80,81	36 pontos
F4D	1,7697	-35,48	0,5496	0,1242	-79,96	7 pontos
BioT	1,0660	-61,14	0,4445	0,0786	-83,79	11 pontos
BioV	1,0177	-62,90	0,4458	0,0824	-83,75	9 pontos
Prob	1,0076	-63,27	0,5565	0,1203	-79,71	45 pontos
PU	1,2349	-54,98	0,6784	0,1345	-75,27	30 pontos
VB1.12	1,5841	-42,25	0,9178	0,2182	-66,54	70 pontos
VB1.25	2,3180	-15,50	1,1654	0,2724	-57,51	82 pontos

Tabela 33 – Resultados para o Piso 2: ponto 8

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	4,6357	16,27	0,8061	0,2068	-79,78	61 pontos
F3D	10,9214	173,92	3,5745	0,2902	-10,35	9 pontos
F4E	4,6276	16,07	0,8624	0,2137	-78,37	57 pontos
F4D	11,0850	178,03	4,8198	0,3002	20,89	7 pontos
BioT	8,6596	117,20	3,6806	0,2511	-7,69	8 pontos
BioV	8,6826	117,77	4,5857	0,2568	15,02	7 pontos
Prob	10,8659	172,53	4,2871	0,3009	7,53	11 pontos
PU	7,0062	75,73	4,7692	0,2936	19,62	6 pontos
VB1.12	14,6328	267,01	4,7238	0,4208	18,48	6 pontos
VB1.25	14,8495	272,45	4,8693	0,5211	22,13	5 pontos

Tabela 34 – Resultados para o Piso 2: ponto 9

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	0,8515	-67,75	0,4023	0,1337	-84,76	64 pontos
F3D	1,7753	-32,76	0,5408	0,1147	-79,52	10 pontos
F4E	0,8485	-67,86	0,5263	0,1475	-80,06	36 pontos
F4D	1,7697	-32,97	0,5496	0,1242	-79,18	7 pontos
BioT	1,0660	-59,62	0,4639	0,0789	-82,43	9 pontos
BioV	1,0177	-61,45	0,4458	0,0824	-83,11	9 pontos
Prob	1,0076	-61,83	0,6302	0,1229	-76,13	27 pontos
PU	1,2483	-52,72	0,6560	0,1322	-75,15	41 pontos
VB1.12	1,5405	-41,65	0,8222	0,2137	-68,86	88 pontos
VB1.25	2,2705	-14,00	0,9854	0,2581	-62,68	146 pontos

Tabela 35 – Resultados para o Piso 2: ponto 10

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	1,9734	26,25	0,5160	0,0739	-66,98	58 pontos
F3D	11,6548	645,67	2,2116	0,1624	41,50	3 pontos
F4E	1,9594	25,36	0,8003	0,0877	-48,80	16 pontos
F4D	11,6332	644,29	2,2372	0,1628	43,14	3 pontos
BioT	6,9443	344,29	1,8707	0,1224	19,68	3 pontos
BioV	6,6308	324,23	1,9119	0,1206	22,32	3 pontos
Prob	5,5207	253,21	2,0432	0,3402	30,72	11 pontos
PU	7,9746	410,21	1,9822	0,1781	26,82	3 pontos
VB1.12	8,2288	426,48	1,8650	0,3274	19,32	6 pontos
VB1.25	8,3261	432,70	1,9389	0,4198	24,05	16 pontos

As análises do Piso 2 permitem observar a qualidade dos modelos não somente para o ponto central (ponto 5), mas também para as regiões adjacentes a este, estando no trajeto da caminhada (pontos 2, 8 e 10) ou não (pontos 1, 3, 4, 6, 7 e 9).

Com base nestas análises é possível observar que para os pontos que não estão na trajetória da caminhada, para todos os modelos de caminhar, não foi possível obter resultados com boa acurácia, sempre com valores abaixo dos experimentais, mesmo sem a retirada dos pontos extremos. O modelo que apresentou resultados mais próximos aos de referências foi o de impacto do calcanhar, com  $f_{mi}$  igual a 1,12 e 1,25 (VB1.12 e VB1.25), cujos erros foram aproximadamente iguais a -65,49% e -59,02%, respectivamente. Para os pontos na trajetória da caminhada, com exceção do ponto central, todos os modelos, com exceção das séries de Fourier em todas suas variações, apresentaram resultados próximos aos de referência. Os modelos biodinâmicos

apresentaram resultados mais próximos, enquanto que os demais tiveram valores conservadores, porém com erros relativos baixos. Para o ponto central, quase à totalidade dos modelos, foram obtidos resultados próximos, sendo os de impacto do calcanhar com menores erros. Vale ressaltar que os modelos de série de Fourier, aplicados em apenas um ponto (F3S e F4S) foram os que apresentaram os piores erros em todos os resultados.

### 5.1.2.3 Análises simplificadas

Os métodos simplificados da norma americana e europeia calculam as acelerações máximas para o ponto central do piso, porém permitem determinar os valores para as demais regiões do piso, com o uso do parâmetro  $\mu$  (ver item 3.3.2.3). A seguir é apresentado o deslocamento vertical máximo (Figura 69) e na Tabela 36 são apresentados os resultados para todas as metodologias, em todos os pontos.

Figura 69 – Deslocamentos verticais do Piso 2

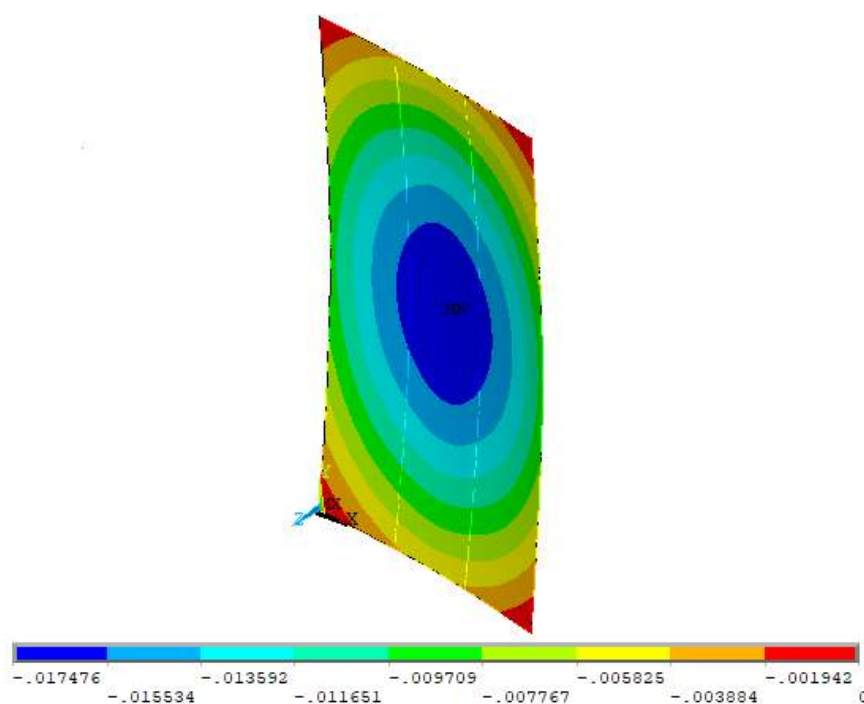


Tabela 36 – Resultados pelos métodos simplificados – Piso 2

Ponto	NBR 8800:2008	Murray et al. (2016)		Smith, Hicks e Devine (2009)	
	Deslocamento Vertical (m)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_p$ (%g)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_{rms}$ (%g)
1	0,01748	4,22	0,0948	5,62	0,0623
2			0,1896		0,1246
3			0,0948		0,0623
4			0,1341		0,0881
5			0,2682		0,1762
6			0,1341		0,0881
7			0,0948		0,0623
8			0,1896		0,1246
9			0,0948		0,0623
10			0,0000		0,0000

A partir dos resultados observados na Tabela 36 é possível concluir que os resultados proporcionados pela metodologia brasileira não apresentaram boa qualidade, pois neste piso o resultado ainda está dentro do limite de aceitabilidade (87,4% do limite), enquanto que nos experimentais, o valor da aceleração foi igual a 5,18 %g (10,36 vezes o limite).

As normas americana e europeia proporcionaram bons resultados para a frequência fundamental, no entanto, para os resultados de aceleração, ambas as metodologias levaram a resultados muito abaixo dos experimentais em todos os pontos analisados. Em específico para norma americana, nota-se a diferença de ordem de grandeza no ponto central do piso, com valor de 0,2682 %g em comparação a 5,18 %g. Para a norma europeia, o valor de aceleração *rms* neste mesmo ponto foi igual a 0,1762 %g, enquanto que a determinada através do modelo VB1.12 foi igual a 0,4491 %g e, portanto, abaixo do resultado de referência.

Vale ressaltar que o uso do fator de modo de vibração é apenas uma aproximação que pode não proporcionar os melhores resultados. Este fato é observado pela metodologia da ANSI/AISC 360-16 e da SCI P354, em específico para o ponto de medição 10, localizado na viga de apoio do piso. Esta aproximação conduz a uma vibração nula por ambos os modelos, fato que não é verídico comparado aos resultados experimentais (Tabela 25).



## 5.2 Alta frequência fundamental

### 5.2.1 Sala de aula 403 (LIU, 2015)

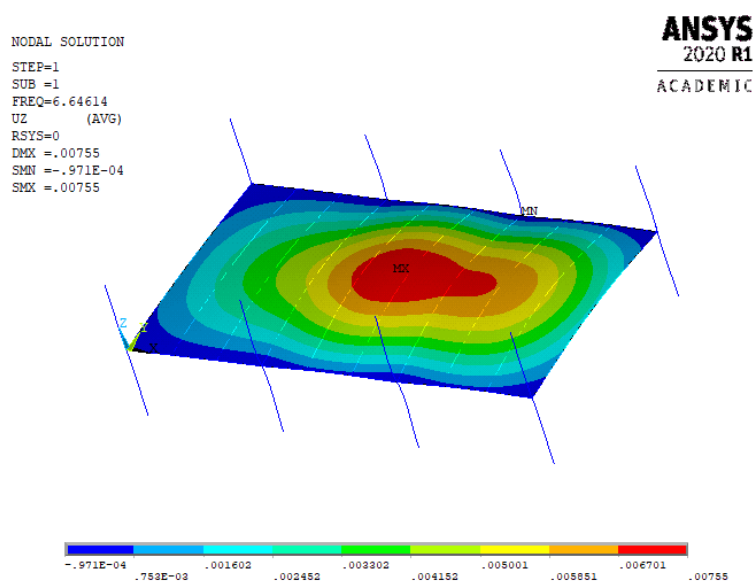
#### 5.2.1.1 Análise modal

Liu (2015) realizou ensaios de calcanhar no centro desta sala (Figura 52a: laje 1) para a obtenção da frequência fundamental da mesma, com valor determinado igual a 10,65 Hz.

A análise modal deste piso foi realizada de modo semelhante as demais, com a modelagem dos elementos estruturais (item 4.2.2.1). No entanto, como destacado por Liu (2015), esta estrutura já estava em uso e com a presença paredes, o que eleva a rigidez global e, como consequência, a frequência fundamental. Durante a etapa computacional de seu trabalho, esta autora não modelou a alvenaria, obtendo uma frequência fundamental de 6,33 Hz. Após a inclusão destes elementos, com disposição mostrada na Figura 52a, Liu (2015) obteve a validação do modelo.

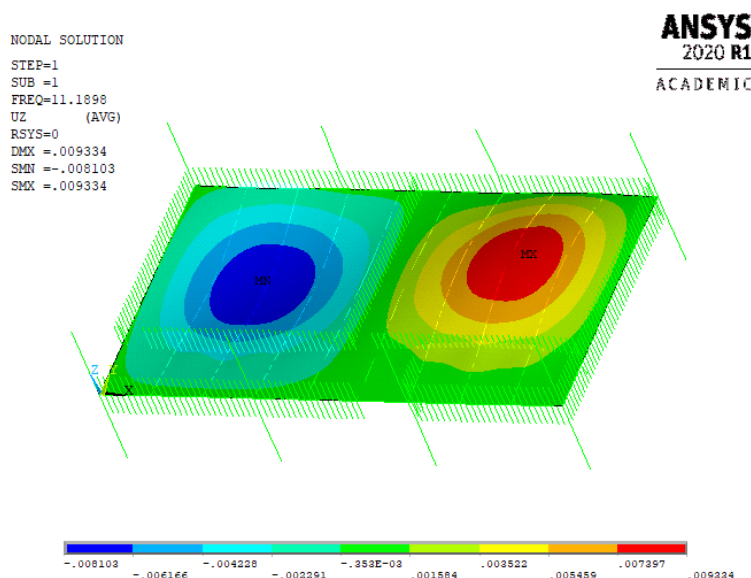
De forma semelhante, num primeiro momento foi executada a modelagem sem a presença das paredes, obtendo frequência fundamental igual a 6,646 Hz, com primeiro modo de vibração apresentado na Figura 70, com erros absoluto e relativo de aproximadamente 0,316 Hz e 4,994%, respectivamente.

Figura 70 – 1º Modo de vibração – Sala 403: sem as paredes



Após isto, as alvenarias foram incluídas ao modelo, como mencionado no item 4.3.4. Assim, a frequência fundamental foi elevada para 11,19 Hz, com primeiro modo de vibração exposto na Figura 71. Os erros absoluto e relativo foram determinados iguais a 0,54 Hz e 5,97%, respectivamente.

Figura 71 – 1º modo de vibração – Sala 403: com as paredes



Em vista dos baixos erros em comparação com a análise experimental e com os valores obtidos numericamente por Liu (2015), este piso foi considerado validado para a etapa de análises transientes.

### 5.2.1.2 Análise transiente

As análises experimentais para a sala 403 foram realizadas para 5 diferentes frequências de passo, com medição dos resultados realizada no centro da laje. A Tabela 37 apresenta o valor médio da aceleração de pico medida para todas as frequências de passo.

A aplicação dos carregamentos foi realizada de forma semelhante a utilizada nas demais estruturas, para todas as frequências de passo. Os históricos de aceleração ao longo do tempo para este piso estão disponíveis da Figura 86 até a Figura 90 (Apêndice B).

Tabela 37 – Resultado médio de aceleração medido na sala 403

Frequência de passo (Hz)	Aceleração de Pico (%g)
1,50	0,279
1,67	0,357
1,83	0,3965
2,00	0,445
2,17	0,6527

Fonte: Adaptado de Liu (2015)

Com base nestas figuras é possível observar um comportamento diferente dos dois primeiros pisos. Como explicado por Murray et al. (2016) e pela BS 6472:2008, os pisos apresentam respostas diferentes, de acordo com sua frequência fundamental. Em específico, para pisos com alto valor desta, a resposta se comporta como vários impulsos individuais que tendem a reduzir devido ao amortecimento estrutural, semelhante ao observado em ensaios de impacto de calcanhar. Isto se deve, porque a máxima frequência das cargas humanas não apresenta valores próximos à frequência fundamental da estrutura. Este comportamento é repetido para as aplicações de cargas em todos os nós, não provocando o efeito da ressonância. Este tipo de comportamento das soluções obtidas é comparável e condizente com às obtidas em outros trabalhos (Figura 36). Do ponto de vista dos resultados numéricos, estes apresentam forte semelhança aos obtidos com a aplicação da carga em apenas no ponto central do trajeto da caminhada, os quais apresentam uma descontinuidade inicial, devido a perturbação causada pela carga aplicada em um ponto (ver Figura 60), contudo este efeito é repetido ao longo de todo o trajeto para todas as aplicações de carga.

Existe uma enorme diferença ao se comparar os resultados experimentais diretamente ao máximo obtido numericamente. Portanto, para todas as análises estes picos causados por descontinuidades foram removidos, de modo a obter resultados mais coerentes, do ponto de vista da distribuição das acelerações (ver Figura 61). A seguir, da Tabela 38 até a Tabela 42 estão apresentados os resultados de aceleração para todas as simulações, antes e após a remoção dos pontos considerados extremos.

Tabela 38 – Resultados para a sala 403 –  $f_s = 1,50$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	42,6206	15176,21	0,8454	0,1804	203,00	376 pontos
F3D	16,3391	5756,32	0,5976	0,1536	114,18	473 pontos
F4E	42,5669	15156,94	0,9055	0,1902	224,56	334 pontos
F4D	16,1773	5698,32	0,6567	0,1610	135,38	417 pontos
BioT	12,0615	4223,10	0,4609	0,1220	65,20	491 pontos
BioV	10,7553	3754,93	0,4721	0,1241	69,22	476 pontos
Prob	13,1849	4625,78	0,7954	0,3233	185,09	544 pontos
PU	11,9274	4175,07	0,7946	0,1976	184,79	276 pontos
VB1.12	14,3203	5032,72	1,1217	0,4138	302,04	677 pontos
VB1.25	14,7451	5184,97	1,2331	0,4847	341,99	763 pontos

Tabela 39 – Resultados para a sala 403 –  $f_s = 1,67$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,7336	7668,51	0,9071	0,2180	154,09	331 pontos
F3D	15,7337	4307,21	0,5294	0,1600	48,29	541 pontos
F4E	27,6947	7657,61	0,9195	0,2265	157,56	308 pontos
F4D	15,7356	4307,74	0,5691	0,1686	59,42	478 pontos
BioT	12,3306	3353,96	0,4089	0,1293	14,53	607 pontos
BioV	11,8037	3206,35	0,4334	0,1353	21,39	565 pontos
Prob	14,6991	4017,41	0,6103	0,2468	70,96	930 pontos
PU	17,3401	4757,18	0,6219	0,2357	74,20	813 pontos
VB1.12	21,8927	6032,42	1,1773	0,4198	229,77	346 pontos
VB1.25	22,6590	6247,06	1,4173	0,5429	297,02	428 pontos

Tabela 40 – Resultados para a sala 403 –  $f_s = 1,83$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,7201	6891,21	0,9065	0,2499	128,63	320 pontos
F3D	17,6525	4352,08	0,6092	0,1883	53,64	414 pontos
F4E	27,6774	6880,44	0,9112	0,2503	129,81	339 pontos
F4D	18,0316	4447,70	0,6317	0,1919	59,33	402 pontos
BioT	13,0072	3180,49	0,4985	0,1593	25,73	441 pontos
BioV	12,0371	2935,85	0,5078	0,1625	28,07	423 pontos
Prob	17,8663	4406,01	0,7071	0,2248	78,35	451 pontos
PU	11,6655	2842,12	0,7565	0,2622	90,78	389 pontos
VB1.12	16,6554	4100,61	1,2082	0,5304	204,71	359 pontos
VB1.25	17,0354	4196,44	1,2730	0,6281	221,05	541 pontos

Tabela 41 – Resultados para a sala 403 –  $f_s = 2,00$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,7061	6126,10	1,0064	0,2963	126,16	264 pontos
F3D	16,9287	3704,20	0,5978	0,2017	34,33	475 pontos
F4E	27,6595	6115,61	1,1637	0,3240	161,50	202 pontos
F4D	17,2423	3774,67	0,6241	0,2075	40,24	457 pontos
BioT	14,8818	3244,22	0,4581	0,1609	2,93	503 pontos
BioV	14,4293	3142,54	0,4652	0,1618	4,53	495 pontos
Prob	17,6268	3861,09	0,6345	0,2299	42,59	612 pontos
PU	17,1210	3747,41	0,6533	0,2577	46,81	416 pontos
VB1.12	16,0268	3501,52	1,1110	0,3988	149,66	250 pontos
VB1.25	15,9799	3490,98	1,2520	0,4728	181,35	259 pontos

Tabela 42 – Resultados para a sala 403 –  $f_s = 2,17$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,6921	4142,92	1,1056	0,3585	69,39	212 pontos
F3D	16,6325	2448,40	0,9063	0,2733	38,86	261 pontos
F4E	27,6415	4135,16	1,2366	0,3916	89,47	165 pontos
F4D	17,1481	2527,39	0,9311	0,2801	42,66	256 pontos
BioT	15,7674	2315,84	0,7176	0,2232	9,95	279 pontos
BioV	15,6157	2292,60	0,6959	0,2200	6,63	287 pontos
Prob	18,4659	2729,31	0,9936	0,3482	52,23	419 pontos
PU	10,3869	1491,45	1,0510	0,5056	61,03	399 pontos
VB1.12	13,7617	2008,53	1,3730	0,6246	110,37	437 pontos
VB1.25	13,9449	2036,61	1,5083	0,7273	131,09	499 pontos

Com base nas informações observadas nas tabelas acima, é possível concluir que ao realizar análises transientes sem o pós processamento das informações obtidas, pode-se causar grande prejuízo do ponto de vista econômico. Isto ocorre porque os valores de aceleração obtidos foram muito acima dos reais, com erros relativos acima de 1490%, chegando a até 15176,21%. Vale destacar que, como as perturbações dos resultados de aceleração ocorreram para todas as aplicações de carga ao longo do trajeto, para pisos com alta frequência fundamental a quantidade de pontos a serem removidos deve ser necessariamente maior, fato observado na Tabela 38 até a Tabela 42.

Em posse das análises realizadas para a sala 403 é possível observar que todos os modelos, em todas as frequências de passo, apresentaram valores de aceleração acima dos experimentais, inclusive os modelos de série de Fourier com a carga aplicada em apenas

um ponto (F3E e F4E). No entanto, este modelo e o de impacto do calcanhar (VB1.12 e VB1.25), independentemente do valor de  $f_{mi}$ , foram os que apresentaram maiores erros.

Além disso, foi possível observar que, mesmo para o caso de um piso com alta frequência fundamental, o número de harmônicos na séries de Fourier apresentou baixa influência nos resultados de aceleração. O modelo de séries de Fourier, considerando as cargas com variação espacial (F3D e F4D), apresentou bons resultados em comparação com o mesmo modelo aplicado a um ponto (F3E e F4E), ao probabilístico (Prob), ao de passo único (PU) e ao impacto do calcanhar (VB 1.12 e VB1.25).

Entretanto, de forma semelhante ao ocorrido para os pisos de baixa frequência fundamental, os modelos biodinâmicos (BioT e BioV) apresentaram resultados mais próximos aos experimentais para todas as análises.

### 5.2.1.3 Análises simplificadas

As análises simplificadas para este piso foram efetuadas de forma análoga às demais. O resultado da simulação estática para a verificação via norma brasileira e o resumo de todos os resultados das metodologias simplificadas estão apresentados na Figura 72 e na Tabela 43, respectivamente.

Figura 72 – Deslocamentos verticais da sala 403

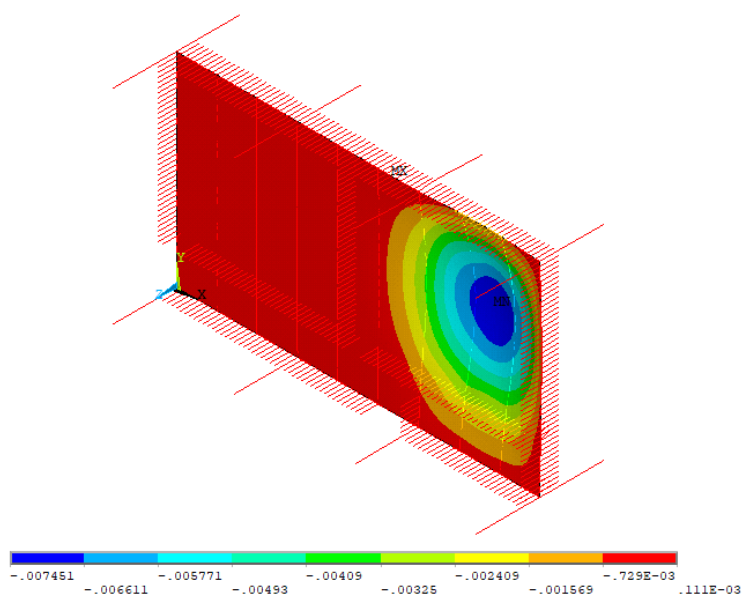


Tabela 43 – Resultados pelos métodos simplificados – Sala 403

Frequência de Passo (Hz)	NBR 8800:2008	Murray et al. (2016)		Smith, Hicks e Devine (2009)	
	Deslocamento Vertical (m)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_p$ (% g)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_{rms}$ (% g)
1,50	0,00745	3,65	0,1148	5,04	0,0349
1,67			0,1148		0,0350
1,83			0,1148		0,0349
2,00			0,1148		0,0345
2,17			0,1148		0,0338

Com base nos resultados apresentados na Tabela 43 é possível notar que a metodologia da norma americana e europeia não apresentaram bons resultados para a frequência fundamental, com valores muito abaixo dos experimentais. Com relação aos resultados de aceleração, ambas as normas apresentaram resultados abaixo da referência (experimental para norma americana e resultado do modelo de passo único (PU) e impacto do calcanhar (VB1.12) para a norma europeia). Além disso, devido ao resultado de frequência fundamental para o método de Murray et al. (2016), a diferença de frequências de passo não influenciou na resposta.

O método da norma brasileira apresentou bons resultados para as frequências de passo mais baixas. Este fato é similar ao observado por Cunha e Argolo (2021, no prelo), que afirmaram que a norma brasileira pode levar a melhores resultados em pisos com menores vãos (mais rígidas). No entanto, este método, em sua concepção atual, não pode ser considerado preciso por não avaliar os efeitos dinâmicos da estrutura e das ações humanas. Isto pode ser comprovado ao analisar o resultado experimental para uma frequência de passo igual a 2,17 Hz. Nesta situação, o piso é reprovado no quesito de aceleração de pico, porém ainda é aprovado no método da norma brasileira.

## 5.2.2 Sala de aula 405 (LIU, 2015)

### 5.2.2.1 Análise modal

A geometria e elementos estruturais da sala 405 são idênticos aos da sala 403. Além disso, Liu (2015) sugeriu o uso da mesma rigidez para os elementos de mola para

consideração da alvenaria. Em vista disso, o mesmo modelo numérico foi utilizado para a representação desta sala.

Experimentalmente, Liu (2015) obteve a frequência fundamental igual a 9,8 Hz, para a sala 405. Em comparação ao modelo numérico aqui desenvolvido, com frequência fundamental igual a 11,19 Hz, os erros absoluto e relativo foram iguais a 1,39 Hz e 14,18 %. Estes valores ainda foram considerados suficientes para validar o modelo, no qual foram aplicados os carregamentos dinâmicos.

#### 5.2.2.2 *Análise transiente*

Semelhante ao realizado para a sala 403, na sala 405 foram realizados ensaios experimentais para 5 diferentes frequências de passo. Estes ensaios foram realizados na laje 2 (ver Figura 52a), com medições no centro da laje. A Tabela 44 apresenta o resultado médio de aceleração de pico para cada frequência de passo ensaiada.

Tabela 44 – Resultado médio de aceleração medido na sala 405

Frequência de passo (Hz)	Aceleração de Pico (% g)
1,67	0,2658
1,83	0,33775
2,00	0,3403
2,08	0,241
2,17	0,33175

Fonte: Adaptado de Liu (2015)

As simulações para esta estrutura foram realizadas de forma análoga às anteriores. Os históricos de aceleração ao longo do tempo para todas as análises estão apresentados da Figura 91 até a Figura 95 (Apêndice B). A partir destas figuras é possível observar comportamento semelhante ao evidenciado para a sala 403, com diversas descontinuidades ao longo da análise. Os resultados de aceleração de pico, antes e após a remoção dos pontos fora de série, estão dispostos da Tabela 45 até a Tabela 49.



Tabela 45 – Resultados para a sala 405 –  $f_s = 1,67$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	19,8981	7386,13	0,7435	0,1846	179,71	542 pontos
F3D	15,6462	5786,44	0,5983	0,1721	125,10	430 pontos
F4E	19,8585	7371,23	0,7623	0,1898	186,78	527 pontos
F4D	15,6494	5787,64	0,6043	0,1744	127,36	427 pontos
BioT	12,4540	4585,48	0,4320	0,1377	62,52	514 pontos
BioV	11,9212	4385,01	0,4497	0,1425	69,18	497 pontos
Prob	14,4975	5354,29	0,7494	0,2626	181,95	553 pontos
PU	17,1089	6336,76	0,7419	0,2552	179,11	520 pontos
VB.12	21,6262	8036,28	1,1581	0,4090	335,70	320 pontos
VB.25	21,7474	8081,88	1,3379	0,5102	403,34	423 pontos

Tabela 46 – Resultados para a sala 405 –  $f_s = 1,83$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,7201	8107,28	0,9681	0,2612	186,62	304 pontos
F3D	17,6893	5137,40	0,5526	0,1736	63,62	482 pontos
F4E	27,6774	8094,64	1,0497	0,2779	210,80	253 pontos
F4D	18,0666	5249,10	0,5879	0,1799	74,05	449 pontos
BioT	13,0648	3768,18	0,3999	0,1353	18,41	596 pontos
BioV	12,0991	3482,26	0,4254	0,1405	25,94	553 pontos
Prob	13,3832	3862,46	0,5720	0,2014	69,37	674 pontos
PU	11,4349	3285,61	0,5735	0,2277	69,79	609 pontos
VB.12	16,6389	4826,40	1,0511	0,5037	211,21	595 pontos
VB.25	16,9831	4928,29	1,2600	0,6117	273,07	695 pontos

Tabela 47 – Resultados para a sala 405 –  $f_s = 2,00$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,7061	8201,45	1,0231	0,305	200,61	261 pontos
F3D	16,9262	4971,53	0,5925	0,2083	74,09	464 pontos
F4E	27,6594	8187,46	1,0860	0,3220	219,10	229 pontos
F4D	17,2393	5065,33	0,6206	0,2128	82,34	451 pontos
BioT	14,9120	4368,02	0,4709	0,1668	38,35	494 pontos
BioV	14,4588	4232,23	0,4821	0,1691	41,65	480 pontos
Prob	17,4865	5139,41	0,6945	0,2418	104,06	428 pontos
PU	17,0124	4997,35	0,6526	0,2545	91,74	416 pontos
VB.12	16,2831	4778,82	1,0318	0,4134	203,17	293 pontos
VB.25	16,3173	4789,09	1,2506	0,5091	267,45	297 pontos

Tabela 48 – Resultados para a sala 405 –  $f_s = 2,08$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,6995	11393,57	1,0733	0,3362	345,34	232 pontos
F3D	13,9746	5698,60	0,7670	0,2745	218,25	389 pontos
F4E	27,6510	11373,42	1,2020	0,3620	398,74	187 pontos
F4D	13,5465	5520,95	0,7629	0,2757	216,56	403 pontos
BioT	12,6852	5163,58	0,5941	0,2276	146,52	526 pontos
BioV	12,6280	5139,83	0,6024	0,2276	149,95	516 pontos
Prob	16,8196	6879,07	0,7792	0,2943	223,31	418 pontos
PU	14,7640	6026,13	0,7621	0,3489	216,21	596 pontos
VB.12	57,0670	23579,24	1,2387	0,5083	413,99	1696 pontos
VB.25	57,0434	23569,46	1,4164	0,5826	487,73	723 pontos

Tabela 49 – Resultados para a sala 405 –  $f_s = 2,17$  Hz

Modelo	Todos os dados		Após descarte			
	$a_p$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	$a_p$ (% g)	$a_{rms}$ (% g)	Erro - $a_p$ (%)	Descarte
F3E	27,6921	8247,27	1,2641	0,3890	281,05	164 pontos
F3D	16,4989	4873,31	0,6077	0,2384	83,18	470 pontos
F4E	27,6414	8232,01	1,3917	0,4147	319,52	130 pontos
F4D	17,0063	5026,23	0,6390	0,2484	92,62	440 pontos
BioT	15,6681	4622,86	0,5360	0,2043	61,56	430 pontos
BioV	15,5154	4576,84	0,5509	0,2066	66,07	410 pontos
Prob	18,7478	5551,19	0,9069	0,3469	173,38	482 pontos
PU	10,5160	3069,86	1,0582	0,5216	218,97	431 pontos
VB.12	14,4066	4242,62	1,4413	0,6324	334,44	437 pontos
VB.25	14,8869	4387,38	1,5819	0,7262	376,84	543 pontos

Os resultados apresentados acima corroboram aos encontrados nas simulações realizadas na sala 403, pois, considerando apenas o maior pico, os valores máximos atingem erros percentuais enormes. Portanto, novamente, foram removidos os valores de aceleração considerados como perturbações iniciais devido a aplicação das cargas.

De posse destes resultados, é possível concluir que os modelos de série de Fourier com cargas aplicadas somente em um ponto (F3E e F4E) não apresentam bons resultados, independente da frequência de passo. Além disso, para este mesmo modelo, considerando a variação espacial (F3D e F4D), foram obtidos resultados satisfatórios, acima dos experimentais. Estes resultados também reafirmam a observação que o número de harmônicos não provoca grande influência nos resultados de aceleração, previamente observado para a sala 403 e para demais pisos com baixa frequência fundamental. Diferente do esperado, mesmo em pisos com frequência fundamental elevada, o uso de

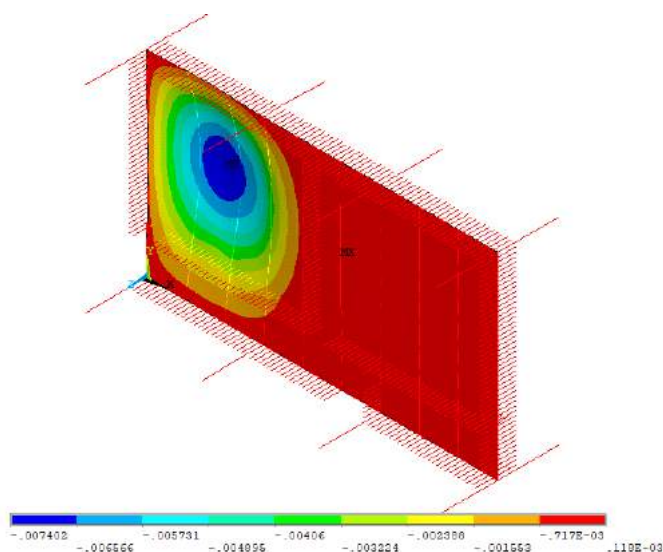
mais harmônicos não provocou uma maior excitação da estrutura devido aos maiores múltiplos das frequências de passo.

Dentre todos os modelos, os biodinâmicos (BioT e BioV) novamente apresentaram melhores resultados, com menores valores de erro relativo, em todos os casos acima dos experimentais e, portanto, a favor da segurança e do conforto. Os demais modelos numéricos não apresentaram bons resultados para a aceleração de pico, com os maiores valores de erro.

### 5.2.2.3 *Análises simplificadas*

Os resultados das análises simplificadas para a sala 405 estão apresentados na Tabela 50, juntamente com o resultado de deslocamento vertical para a análise da norma brasileira, na Figura 73.

Figura 73 – Deslocamentos verticais da sala 405



Os resultados observados na Tabela 50 apresentam forte semelhança aos obtidos para a sala 403 (Tabela 43). O método da norma brasileira apresenta bom resultado, porém ainda é um método muito simplificado. Os métodos propostos por Murray et al. (2016) e Smith, Hicks e Devine (2009) são mais precisos, porém para esta estrutura os resultados de frequência fundamental foram muito abaixo do valor experimental. Esta

mesma observação é válida para os resultados de aceleração, ambas proporcionando valores abaixo dos de referência.

Tabela 50 – Resultados pelos métodos simplificados – Sala 405

Frequência de Passo (Hz)	NBR 8800:2008	Murray et al. (2016)		Smith, Hicks e Devine (2009)	
	Deslocamento Vertical (m)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_p$ (% g)	Frequência Fundamental (Hz)	$a_{rms}$ (% g)
1,67	0,0074	3,90	0,1014	5,04	0,0350
1,83			0,1014		0,0349
2,00			0,1014		0,0345
2,08			0,1014		0,0342
2,17			0,1014		0,0338

### 5.3 Critérios adotados neste trabalho para as análises

Ao realizar análises numéricas que visam considerar as ações dinâmicas de pessoas caminhando é necessária a aplicação de ações que representem a força gerada por uma pessoa no piso. Como mostrado no presente trabalho, este tipo de aplicação pode causar perturbações nos valores de aceleração, com valores de pico muito acima do esperado, os quais devem ser removidos, para obter valores mais próximos aos reais. No entanto não há nenhum critério exato para a remoção, se tornando uma análise subjetiva. O presente trabalho realizou a remoção de pontos de acordo com o comportamento dos históricos de aceleração ao longo do tempo, como mostrado na Figura 59 e na Figura 61, para um piso de baixa e alta frequência fundamental, respectivamente.

Os valores propostos são determinados a partir das considerações realizadas neste trabalho e das observações realizadas com base nos históricos de aceleração, como segue abaixo:

- Análise transiente com intervalo de integração igual a 0,001 s;
- Malha de elementos finitos com dimensões inferiores a 25 cm;
- Para pisos de baixa frequência fundamental apenas aproximadamente 1/3 do vão da caminhada ( $L_c$ ) influencia diretamente na resposta de aceleração no ponto analisado (ver Figura 74 a Figura 85 (APÊNDICE A)) e nos picos considerados *outliers*;

- Para pisos de alta frequência fundamental ocorrem perturbações ao longo de todo o vão da caminhada, portanto, este vão foi considerado em sua totalidade (ver Figura 86 a Figura 95 (APÊNDICE B));
- Para o caso das cargas aplicadas a apenas um ponto, é admitido todo o vão da caminhada como comprimento de influência.

Com base nas informações de comprimento de influência e na quantidade de pontos removidos em todas as simulações, foi determinada a quantidade média de pontos removidos por nó (VM), para cada modelo. Esta foi calculada através da equação (90), em que NP é a quantidade total de pontos descartados,  $L_i$  é o comprimento de influência de cada análise e j é a quantidade de análises realizadas, neste trabalho igual a 12 e 10, para os pisos de baixa e de alta frequência fundamental, respectivamente.

$$VM = \frac{1}{j} \sum_{n=1}^j \frac{NP_n}{L_{i,n}/d + 1} \quad (90)$$

A Tabela 51 apresenta os valores médios de pontos removidos por nós, determinados para todos os modelos de caminhada estudados neste trabalho.

Tabela 51 – Número de picos removidos por nó (VM)

Modelo	Baixa frequência fundamental	Alta frequência fundamental
F3E	0,81	8,84
F3D	0,52	12,94
F4E	0,58	7,86
F4D	0,47	12,29
BioT	0,48	14,36
BioV	0,63	13,83
Prob	0,96	16,21
PU	1,83	14,31
VB1.12	4,36	15,91
VB1.25	2,70	15,21

Vale ressaltar que a quantidade de pontos removidos em cada análise, para todos os modelos, foi determinada de forma subjetiva, de acordo com critérios e conhecimentos prévios sobre os resultados de aceleração. No entanto estas quantidades podem variar de acordo com os critérios escolhidos pelo projetista.

## 6 CONCLUSÕES

Análises dinâmicas adequadas em estruturas são de extrema importância ainda durante a etapa de projetos. Em especial, pisos mistos de aço e concreto podem sofrer mais problemas voltados a vibração excessiva devido a ações dinâmicas humanas. Isto ocorre porque a frequência fundamental deste tipo de estrutura se aproxima das frequências de excitação mais comuns provocadas por atividades cotidianas humanas. Desta forma, a falta de uma verificação adequada do piso pode causar incômodos aos usuários, seja pelos altos níveis de vibração, seja pelos transtornos causados pela execução de medidas corretivas.

Um dos principais entraves em análises de pessoas caminhando é determinar como inserir o carregamento de uma atividade que possui uma variação tão grande, sem levar ao superdimensionamento do piso. Portanto, o presente trabalho objetivou comparar diferentes modelos de carregamento dinâmico, com aplicação destes a pisos mistos de aço e concreto previamente ensaiados, e determinar qual modelo apresenta mais qualidade nos resultados proporcionados.

Foram utilizados 10 diferentes modelos de carregamento, considerando a variação apenas temporal (aplicada em um único ponto) e com a variação temporal e espacial (ao longo da trajetória percorrida no ensaio). Foram selecionados 4 pisos mistos de aço e concreto, sendo dois classificados como de baixa frequência fundamental e dois de alta. Todas as estruturas analisadas foram validadas com base em seus valores de frequência fundamental, de modo que o erro absoluto fosse o menor possível. Após a validação, foram executadas análises transientes, utilizando os 10 modelos de carregamento dinâmico. Ao total foram realizadas 130 simulações, obtendo 220 históricos de aceleração ao longo do tempo, cujos valores foram comparados aos experimentais. Além disso, todos os pisos foram verificados por meio dos métodos simplificados da NBR 8800:2008, Murray et al. (2016) e Smith, Hicks e Devine (2009).

Foi possível notar que o intervalo de integração é um fator importante para a obtenção de resultados condizentes com a realidade. Sugere-se adotar um intervalo tão pequeno quanto possível, sendo adequado o valor de 0,001 segundos. No entanto, foi observado que a redução deste intervalo pode provocar perturbações e descontinuidades nos resultados das acelerações de pico, apresentando pontos dispersos, com valores muito

acima dos demais determinados no histórico de acelerações, os quais devem ser removidos.

A partir das análises transientes executadas foi possível observar as diferentes respostas dinâmicas de cada tipo de piso, em específico para os grupos de baixa e alta frequência fundamental, como discutido por Murray et al. (2016) e pela BS 6472:2008. Para o primeiro tipo de estrutura foi possível observar que a resposta ao longo do tempo depende não somente do carregamento aplicado, mas também da massa e amortecimento estrutural, podendo ser levada à condição de ressonância. Nestes casos, os picos de aceleração foram mais evidentes em uma faixa de localização próxima ao ponto de medição. Para o segundo tipo de estrutura, devido a sua frequência fundamental elevada, não existe o risco do efeito de ressonância com a aplicação das cargas, causando respostas semelhantes a simples impulsos que ocorrem ao longo de toda a trajetória do ensaio. Devido a esta diferença de resposta dinâmica, a remoção de pontos considerados extremos varia, sendo que no primeiro caso há uma redução de pontos menor que no segundo.

Com relação aos modelos de carregamento dinâmico utilizados, foi possível observar que o uso de 3 ou 4 harmônicos para o uso das séries de Fourier pouco influenciou nos resultados, tanto para os pisos com baixa como de alta frequência fundamental. Para este mesmo modelo de carregamento, observou-se que a aplicação apenas no ponto central do trajeto não proporcionou resultados acurados em todas as análises. Para o caso de pisos de baixa frequência fundamental, estes valores sempre estiveram abaixo dos de referência, enquanto que para os de alta, os valores estiveram sempre acima. Já a aplicação das séries de Fourier com variação temporal e espacial proporcionou resultados de aceleração acima dos de referência. Portanto, é recomendada a aplicação dos carregamentos de forma mais realistas, com a força sendo aplicada com variação temporal e espacial, as quais proporcionam resultados mais precisos e a favor da segurança e conforto.

Ao analisar os resultados de aceleração de pico, com exceção do F3E e do F4E, todos os modelos apresentaram resultados de aceleração acima dos experimentais, para os casos no qual o ponto de medição está locado no centro do piso. O modelo que proporcionou os maiores resultados de aceleração foi o de Varela e Battista (2009), independentemente do valor do coeficiente de impacto do calcanhar. Os modelos biodinâmicos proveram os melhores resultados de aceleração de pico para todas as situações em que o ponto de medição estava no trajeto da caminhada. Em específico, o

modelo de Toso et al. (2016) levou a menores resultados de aceleração, comparado ao modelo de Varela, Pfeil e Costa (2020), para todos os pisos. Portanto, este último modelo pode ser considerado mais adequado para uso, por estar a favor da segurança e do conforto humano.

Entretanto, como observado com os resultados do Piso 2, para a análise de pontos que não estejam na trajetória da caminhada, todos os modelos apresentam falhas, não conseguindo representar bem a aplicação da força ao longo em todo o piso. Nestas situações, o modelo que apresentou menores erros foi o de Varela e Battista (2009), com valores médios de aproximadamente -65,49% e -59,02%, para o  $f_{mi}$  igual a 1,12 e 1,25, respectivamente.

Com relação às análises via aceleração *rms*, foram disponibilizados apenas os resultados experimentais do Piso 1, para ambas as direções do ensaio. Dentre todas as simulações realizadas para estes ensaios, observou-se que a maior parte dos modelos não proporcionaram bons resultados nas comparações com os resultados de aceleração *rms*, com valores abaixo dos de referência. Apenas o modelo de passo único e o de impacto do calcanhar ( $f_{mi} = 1,12$ ) apresentaram bons resultados para este tipo de análise, com erros relativos positivos. Portanto, estes modelos são mais adequados quanto este tipo de análise, por prover resultados a favor da segurança e do conforto humano.

Vale ressaltar que nenhum dos pisos de alta frequência fundamental possuiu resultados experimentais fora do trajeto de caminhada e para as acelerações *rms*. Nestas situações não foi possível definir qual modelo é mais adequado para representar as atividades de caminhar humano.

Além destes fatos, foi possível definir valores médios de remoção de picos por nó que influencia diretamente na resposta da estrutura, para todos os modelos, de acordo com a classificação do piso (Tabela 51). Estes valores foram calculados com base nos pontos removidos no presente trabalho, sendo uma atividade de caráter subjetivo, dependente da experiência de quem realiza as análises. Devido a ordem de grandeza dos valores de força aplicados, o modelo de Varela e Battista (2009) foi o que necessitou da remoção de mais picos.

Para os métodos simplificados, a partir das comparações realizadas com os resultados experimentais e numéricos, foi possível observar que o método da norma brasileira apresenta melhores resultados para pisos com alta frequência fundamental e



sujeitos a atividades de caminhar com menores frequências de passo. No entanto, este modelo falha para outras frequências de passo e, portanto, não é adequado para análises de modo geral devido a sua simplicidade. Em relação aos resultados dos métodos da norma americana e europeia para pisos com baixa frequência fundamental, estes métodos apresentaram bons valores para esta frequência. Em ambas as normas, os resultados de aceleração foram adequados para o Piso 1. No entanto, para o Piso 2, estas metodologias proporcionaram valores abaixo dos tomados como referência, sendo contra a segurança e conforto. Para os pisos com alta frequência fundamental estas normas se distanciaram mais dos resultados, em todos os quesitos de análise, desde a frequência fundamental até as acelerações. Portanto, ao utilizar estes métodos simplificados deve-se inicialmente analisar a frequência fundamental do piso analisado. Em todos os casos é recomendado o uso de métodos mais precisos, como a modelagem dos pisos em programas de elementos finitos, cujos resultados apresentam acurácia elevada para a obtenção das propriedades e respostas dinâmicas.

Em trabalhos futuros, recomenda-se realizar programas experimentais em mais pisos de baixa e de alta frequência fundamental, obtendo os resultados de aceleração em pontos ao longo de todo o piso, não somente no ponto central do trajeto da caminhada. Sugere-se realizar análises semelhantes as desenvolvidas neste trabalho, para o estudo dos efeitos causados por multidões. Além disso, estas análises comparativas podem ser replicadas para atividades humanas rítmicas. Também é sugerida a modelagem dinâmica do corpo humano com modelos biodinâmicos com mais de 1 grau de liberdade e a modelagem da força, a partir de medições de aceleração diretamente em pessoas.

## REFERÊNCIAS

- ALLEN, D. E.; RAINER, J. H.; PERNICA, G. Vibration criteria for assembly occupancies. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 11 n. 3, 1985;
- ALLEN, D.E.; MURRAY, T. M. Design Criterion for Vibrations Due to Walking. **Engineering Journal**, v. 30, n. 4, p. 117–129, 1993;
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **Minimum design loads for buildings and other structures**. ASCE/SEI 7-10, American Society of Civil Engineers Structural Engineering Institute, Reston, VA, 2013;
- ANSYS. **ANSYS Fluent User's Guide**. v. 15, 2013;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: 2014;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120:2019 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: 2019;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8681:2003 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**. Rio de Janeiro: 2003;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800:2008 – Projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro: 2008;
- BACHMANN, H.; AMMANN, W.J. Vibration in structures induced by man and machines. Structural Engineering Document, **International Association for Bridge and Structural Engineering - IABSE**, ed. 3, Zurique, 1987;
- BACHMANN, H.; AMMANN, W.J.; DEISCHL, F.; et al. Vibration problems in structures – practical guidelines. **Birkhäuser Verlag**, Basel/Boston/Berlin, (1995);
- BARRETT, Anthony R. **Dynamic testing of in-situ composite floors and evaluation of vibration using the finite element method**. 451 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Instituto politécnico e universidade estadual de Virgínia, Blacksburg, 2006;
- BBC NEWS (2000), publicado em 13 de junho. **Troubled bridge over water**. Disponível em: <<http://news.bbc.co.uk/1/hi/784927.stm>>. Acesso em: 16 abril de 2020;

BROWNJOHN, J. M. W.; PAVIC, A.; OMENZETTER, P. A spectral density approach for modelling continuous vertical forces on pedestrian structures due to walking. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 31 n.1, p. 65–77, 2004;

BS 6472. **Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 to 80 Hz) - Part 1**: Vibration sources other than blasting, 2008;

CAMPISTA, F. F.; SILVA, J. G. S. Vibration analysis of steel–concrete composite floors when subjected to rhythmic human activities. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 8, p. 737-754, 2018;

CAVAGNA, G.A., SAIBENE, F.P.; MARGARIA, R. External work in walking. **Journal of Applied Physiology**, v. 18, n. 1, p. 1-9, 1963;

CHEN, S.; ZHANG, R.; ZHANG, J. Human-induced vibration of steel-concrete composite floors. **Structures and building**, v. 171, p. 50-63, 2017;

CLOUGH, R. W; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3. ed. California: Computers & Structures, Inc., 2003;

CUNHA, R. N.; ARGOLLO, H. S. D. Análise comparativa das respostas de vibração de pisos mistos de aço e concreto segundo métodos da NBR 8800:2008 e ANSI/AISC 360-16. **Revista Principia (João Pessoa)**, 2021, no prelo;

DALLARD, P.; FITZPATRICK, T.; FLINT, A.; LOW, A.; SMITH, R.; WILLFORD, M.; ROCHE, M. London Millennium Bridge: Pedestrian-Induced Lateral Vibration. **Journal of bridge engineering**, v. 6, n.6, p. 412-417, 2001;

DAVIS, D.B.; MURRAY, T.M. Simplified Finite Element Method for Predicting Low-Frequency Floor Vibration Due to Walking. Anais: **North American National Steel Construction Conference**, Chicago, 2010;

DAVIS, Douglas Bradley. **Finite element modeling for prediction of low frequency floor vibrations due to walking**. 2008. 266 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Instituto politécnico e universidade estadual de Virgínia, Blacksburg, 2008;

DIETRICH, M. Z.; TEIXEIRA, F. B.; CALENZANI, A. F. G.; FERREIRA, W. G. Vibrations in Steel-Frame Floors due to Human Activities. **Global journal of researches in engineering: E civil and structural engineering**, 2014;

EBRAHIMPOUR, A.; HAMAN, A.; SACK, R. L.; APTTEN, W. N. Measuring and Modeling dynamic loads imposed by moving crowds. **Journal of structural engineering**, v.122, 1996;

EBRAHIMPOUR, A.; SACK, R.L. Modeling dynamic occupant loads. **Journal of Structural Engineering**, v. 117, n. 11, p. 1476-1495, 1989;

FAHMY, Y. G. M.; SIDKY, A. N. M. An experimental investigation of composite floor vibration due to human activities. A case study. **Housing and Building National Research Center Journal**, v. 8, p. 228–238, 2012;

FAISCA, Renata Gonçalves. **Caracterização de cargas dinâmicas geradas por atividades humanas**. 240 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003;

FERREIRA, B. E.; AGUIAR, J. V.; CARVALHO, H.; CALDAS, R. B. Avaliação do conforto humano de pisos mistos de aço e betão. Anais: **XII Congresso de construção metálica e mista**. Coimbra, 2019;

FIGUEIREDO, F. P.; SILVA, L. R. O.; VELLASCO, P. C. G. S.; ANDRADE, S. A. L. A parametric study of composite footbridges under pedestrian walking loads. **Engineering Structures**, v. 30, p. 605-614, 2008;

GONÇALVES, M. S.; PAVIC, A.; PIMENTEL, R. L. Vibration serviceability assessment of office floors for realistic walking and floor layout scenarios: Literature review. **Advances in Structural Engineering**, v. 23, n. 6, p. 1238-1255, 2020;

HANAGAN, L. M.; CHATTORAJ, M. C. A whole building cost perspective to floor vibration serviceability. Anais: **The architectural engineering national conference (AEI): building integration solutions**. ASCE, New York, 2006;

HECKE, M. B. **Estudo do comportamento de um pórtico plano com diferentes vinculações viga-pilar**. Notas de aula, Universidade Federal do Paraná, 2010;

ISO 10137. **Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations**, 2007;

ISO 2631-1. **Vibrações mecânicas e choque - Avaliação da exposição do corpo inteiro a vibrações – Parte 1 - Requisitos gerais**, 1997;

ISO 2631-2. **Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration – Part 2:** Human Exposure to Continuous and Shock-Induced Vibrations in Buildings (1 to 80 Hz), 1989;

ISO 2631-2. **Mechanical vibration and shock Evaluation of human exposure to whole body vibration – Part 2:** Continuous and shock- induced vibration in buildings (1 to 80 Hz), 2003;

KASPERSKI, M. Realistic Simulation of a Random Pedestrian Flow. Anais: **X International Conference on Structural Dynamics (EURODYN)**. Roma: 2017;

KERR, Stuart Clifford. **Human induced loading on staircases**. 261 f. Tese (Doutorado em engenharia) – Universidade de Londres, Londres, 1998;

KNUDSEN, J. S.; GRATHWOL, N.; HANSEN, S. O. Vibrational Response of Structures Exposed to Human-Induced Loads. Pakzad S. (eds) Dynamics of Civil Structures. volume 2. Anais: **Society for Experimental Mechanics Series**. Springer, Cham, 2017;

LENZEN, K. H. Vibration of Steel Joist-Concrete Slab Floors. **Engineering Journal**, American Institute of Steel Construction, Vol. 3, p. 133-136, 1966;

LI, Q.; FAN, J. NIE, J.; LI, Q.; CHEN, Y. Crowd-induced random vibration of footbridge and vibration control using multiple tuned mass dampers. **Journal of sound and vibration**, v. 329, p. 4068-4092, 2010;

LIU, D. **Vibration of steel-framed floors supporting sensitive equipment in hospitals, research facilities, and manufacturing facilities**. 2015. 269 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Kentucky, Lexington, 2015;

LIU, D.; DAVIS, B. Investigation of the Accuracy of Vibration Response Prediction Methods for High Frequency Floors. Anais: **Structures Congress**. ASCE, Chicago, 2012;

LOPES, E. D. C.; SILVA, J. G. S.; ANDRADE, S. A. L. Análise Dinâmica Não Linear De Pisos Mistos De Edificações Submetidos A Atividades Humanas Rítmicas. Anais: **10° World Congress on Computational Mechanics**. São Paulo, 2014;

MACHADO, W. G.; SILVA, A. R.; NEVES, F. A. Dynamic analysis of composite beam and floors with deformable connection using plate, bar and interface elements. **Engineering Structures**, v. 184, p. 247-256, 2019;

MELLO, A. V. A.; SILVA, J. G. S.; VELLASCO, P. C. G.; ANDRADE, S. A. L. Dynamic analysis of composite systems made of concrete slabs and steel beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 64, p. 1142-1151, 2008;

MELLO, Antônio Vicente de Almeida. **Vibrações em pisos de edificações induzidas por atividades humanas**. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005;

MIYAMORI, Y.; OBATA, T.; HAYASHIKAWA, T. SATO, K. Study on identification of human walking model based on dynamic response characteristics of pedestrian bridges. Anais: **VIII Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction**. Singapura, 2001;

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. **Applied statistics and probability for engineers**. Wiley, 2014;

MOURING, S. E.; ELLINGWOOD, B. R. Guidelines to minimize vibrations from building occupants. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, p. 507-526, 1994;

MUHAMMAD, Z.; REYNOLDS, P.; AVCI, O.; HUSSEIN, M. Review of pedestrian load models for vibration serviceability assessment of floor structures. **Vibration**, v. 2, p. 1-24, 2018;

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E. A.; UNGAR, E. E.; DAVIS, D. B. **Steel Design Guide Series 11: Vibrations of steel-framed structural systems due to human activity**. 2 ed. Chicago, Illinois. American Institute of Steel Construction (AISC), 2016;

MURRAY, T.M.; ALLEN, D.E.; UNGAR, E. E. **Steel Design Guide Series 11: Floor Vibrations Due to Human Activity**. Chicago, Illinois. American Institute of Steel Construction (AISC), 1997;

NEVES, L. F. C.; SILVA, J. G. S.; LIMA, L. R. O.; JORDÃO, S. Multi-storey, multi-bay buildings with composite steel-deck floors under human-induced loads: The human comfort issue. **Computers and Structures**, v. 136, p. 34-46, 2014;

NIGAM, S. P.; MALIK, M. A study on a vibrational model of a human body. **Journal of Biomechanical Engineering**, v. 109, p. 148-153, 1987;

OHLSSON, Sven V. **Floor vibrations and human discomfort**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Chalmers University of Technology, Gotemburgo, 1982;

PINTO, José Francisco Anunciação. **Análise numérica de vibrações em sistemas de piso misto de Aço e concreto e avaliação de desempenho considerando o conforto humano**. 2015. 148 f. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015;

RAINER, J. H.; PERNICA, G.; ALLEN, D. E. Dynamic loading and response of footbridges. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 15, p. 66-71, 1988;

SACHSE, R.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. The influence of a group of humans on modal properties of a structure. Anais: **IV International Conference on Structural Dynamics (EURODYN)**. Munique, 2002;

SANTOS, Emerson Figueiredo. **Análise e redução de vibrações em pontes rodoviárias**. 191 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007;

SAUL, W. E.; TUAN, C. Y. Review of live loads due to human movements. **Journal of structural engineering**, v. 112 n. 5, p. 995-1004, 1986;

SHAHABPOOR, E.; PAVIC, A.; RACIC, V. Identification of mass–spring–damper model of walking humans. **Structures**, v.5, p. 233-246, 2016;

SHAHABPOOR, E.; PAVIC, A.; RACIC, V. Using MSD Model to Simulate Human-Structure Interaction During Walking. Anais: **Society for Experimental Mechanics Series**. Springer, New York, 2013;

SILVA JUNIOR, Ladir. **Análise experimental de vibrações em sistemas de piso misto de Aço e concreto e avaliação de desempenho considerando o conforto humano**. 2015. 191 f. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015;

SILVA, F. T.; BRITO, H. M. B. F.; PIMENTEL, R. L. Modeling of crowd load in vertical Direction using biodynamic model for pedestrians crossing footbridges. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 40, p. 1196-1204, 2013;

SILVA, F. T.; PIMENTEL, R. L. Biodynamic walking model for vibration serviceability of footbridges in vertical direction. Anais: **VIII International Conference on Structural Dynamics (EURODYN)**. Lovânia, 2011;

SILVA, J. G. S.; VELLASCO, P. C. G. S.; ANDRADE, S. A. L.; LIMA, L. R. O. Dynamical response of composite steel deck floors. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 3, p.163-178, 2006;

SMITH, A.L., HICKS, S.J., DEVINE, P.J. **Design of Floors for Vibration: A New Approach**. The Steel Construction Institute (SCI), Silwood Park, Ascot, Berkshire, 2007;

SOUZA, H. A.; PEREIRA, C. C. G.; NEVES, F. A.; SALES, U. C. Análise Da Condição De Conforto Em Relação À Vibração Para Os Pisos Usados Na Construção Em Aço. Anais: **VII Encontro Nacional De Conforto No Ambiente Construído**. Curitiba: 2003;

THE GUARDIAN (2012). **Have there been real examples where a bridge has collapsed because of soldiers marching in time across it?**. Disponível em: <<https://www.theguardian.com/notesandqueries/query/0,-203348,00.html>>. Acesso em 18 de outubro de 2020;

TILDEN, C. J. Kinetic Effects of Crowds. Anais: **ASCE**, Vol. 34, n. 3, pp. 325-340, 1913; Transactions, Anais: **ASCE**, Vol. 76, pp. 2107-2122, 1913; Kinetic Effects of Crowds - The Forces Due to Movements of Live Loads. **Scientific American Supplement**, Vol. 76, pp. 172-175, 1913;

TOSO, M. A.; GOMES, H. M.; SILVA, F. T.; PIMENTEL, R. L. Experimentally fitted biodynamic models for pedestrian–structure interaction in walking situations. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 72-73, p. 590-606, 2016;

TREDGOLD, T. **Elementary Principles of Carpentry**. Ed. 2, Publisher unknown, 1828.

VAN NIMMEN, K.; LOMBAERT, G.; JONKERS, I.; ROECK, G.; VAN BROECK, P. Characterisation of walking loads by 3D inertial motion tracking. **Journal of sound and vibration**, v. 333, p. 5212-5226, 2014;

VAN NIMMEN, K.; VERBEKE, P.; LOMBAERT, G.; DE ROECK, G.; VAN BROECK, P. Numerical and experimental evaluation of the dynamic performance of a footbridge with tuned mass dampers. **Journal of Bridge Engineering**, v. 21, n. 8, 2016;

VARELA, W. D.; BATTISTA, R. C. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. **Engineering Structures**, v. 33, n. 9, p. 2485–2494, 2011;



VARELA, W. D.; BATTISTA, R. C. Um Modelo Para Estimativa Realista Das Vibrações Em Estruturas Induzidas Por Pessoas Caminhando. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 6, n. 1, p. 33, 2009;

VARELA, W. D.; PFEIL, M. S.; COSTA, N. P. A. Experimental Investigation on Human Walking Loading Parameters and Biodynamic Model. **Journal of Vibration Engineering & Technologies**, v.8, p. 883-892, 2020;

VARELA, Wendel Diniz. **Modelo teórico-experimental para análises de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios**. 318 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004;

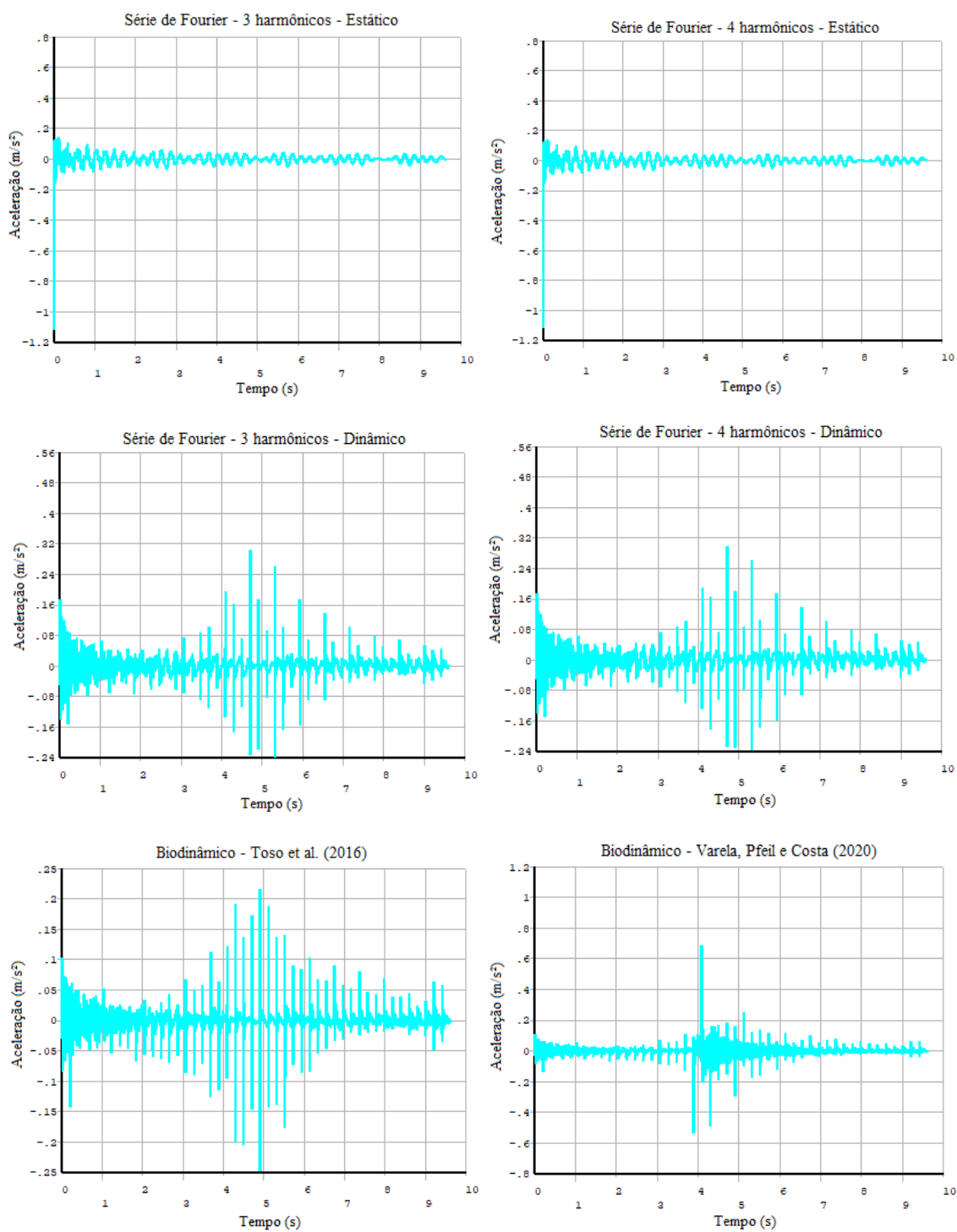
WILLFORD, M.; YOUNG, P.; FIELD, C. Predicting Footfall-Induced Vibration: Part I. **Structures and Buildings**, v. 160, p. 65–72, 2007;

WYATT, T. A. **Design guide on the vibration of floors**. The Steel Construction Institute (SCI), Silwood Park, Ascot, 1989;

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Probability-based prediction of multi-mode vibration response to walking excitation. **Engineering Structures**, v. 29, p. 942-954, 2007.

## APÊNDICE A

Figura 74 – Resultados do Piso 1: direção paralela às nervuras



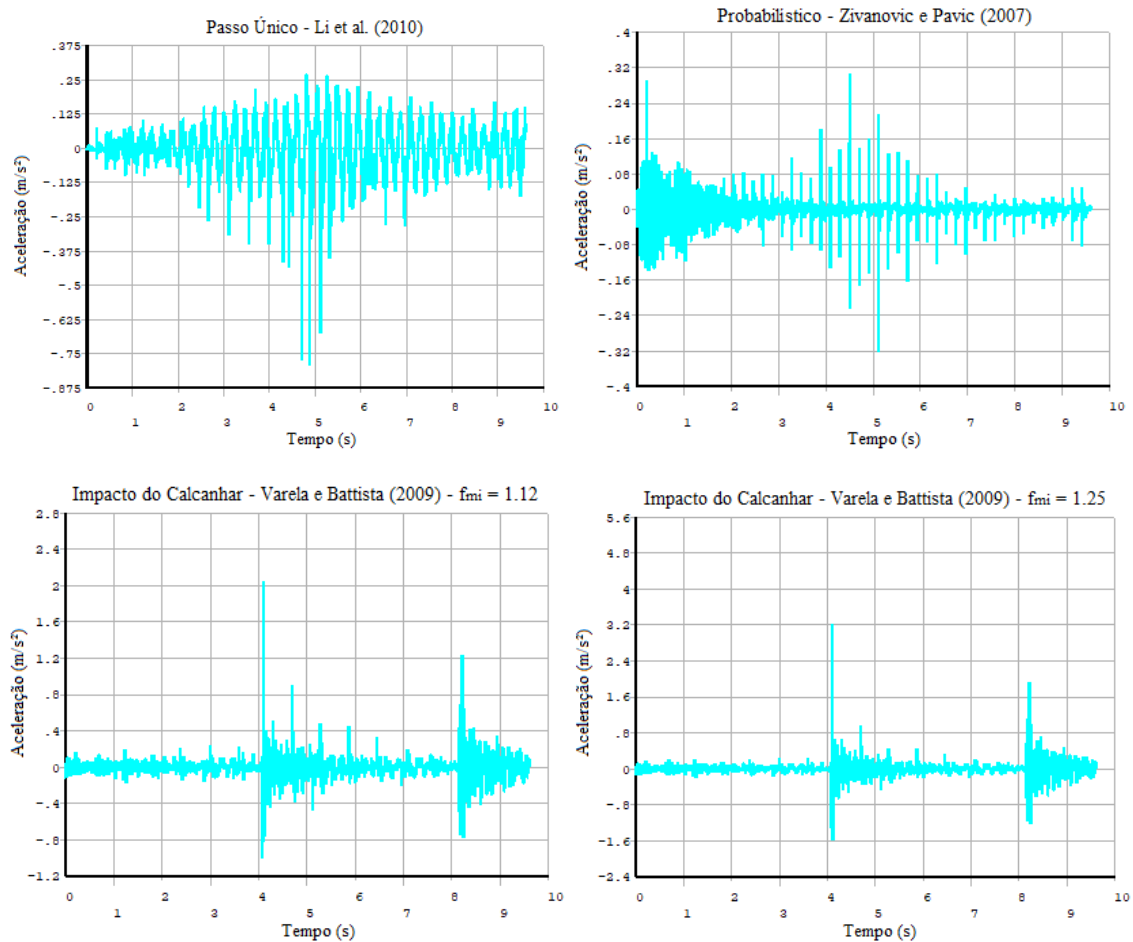
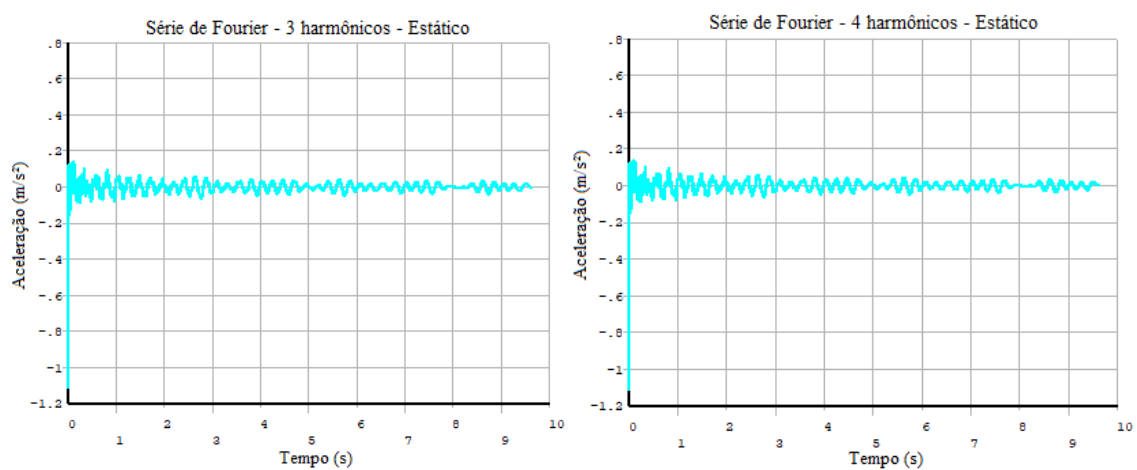
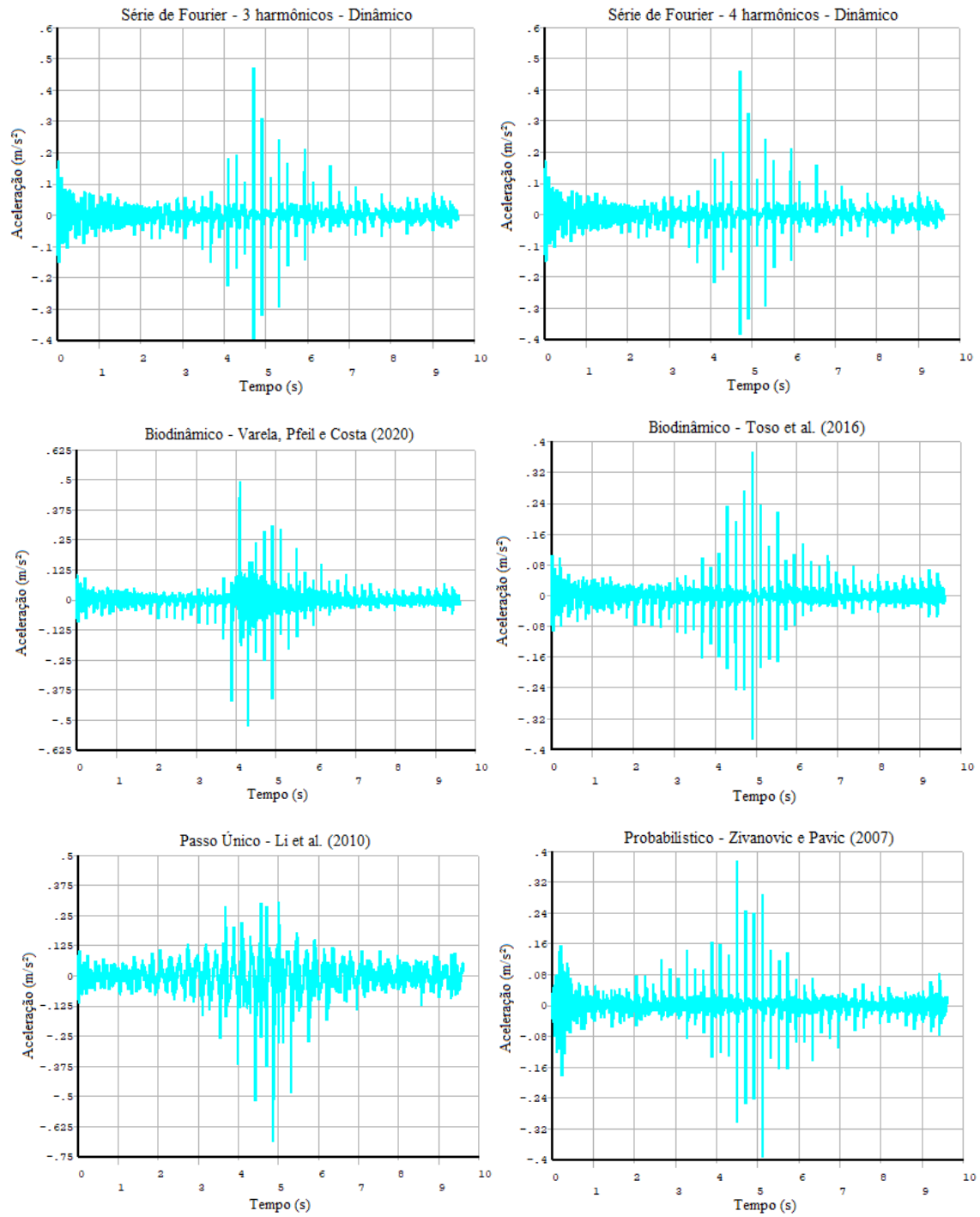


Figura 75 – Resultados do Piso 1: direção perpendicular às nervuras





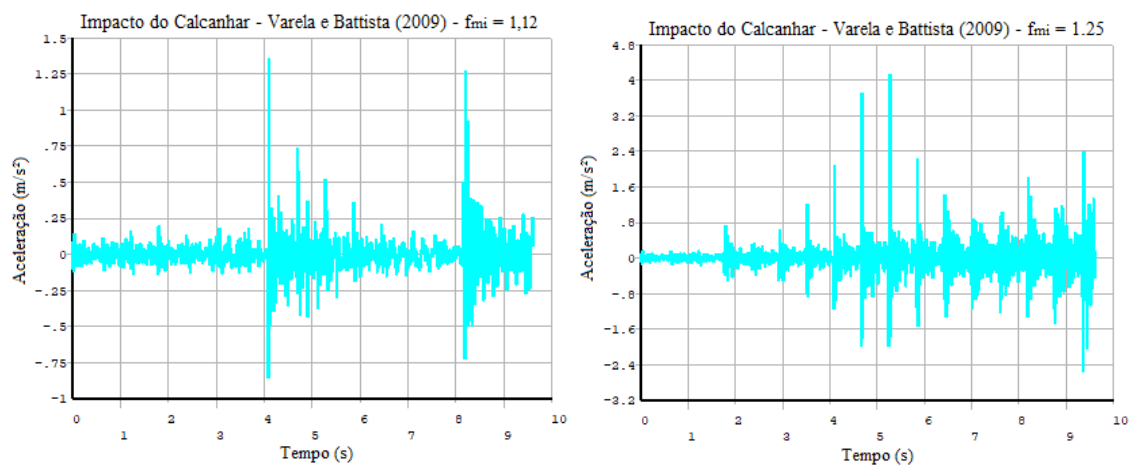
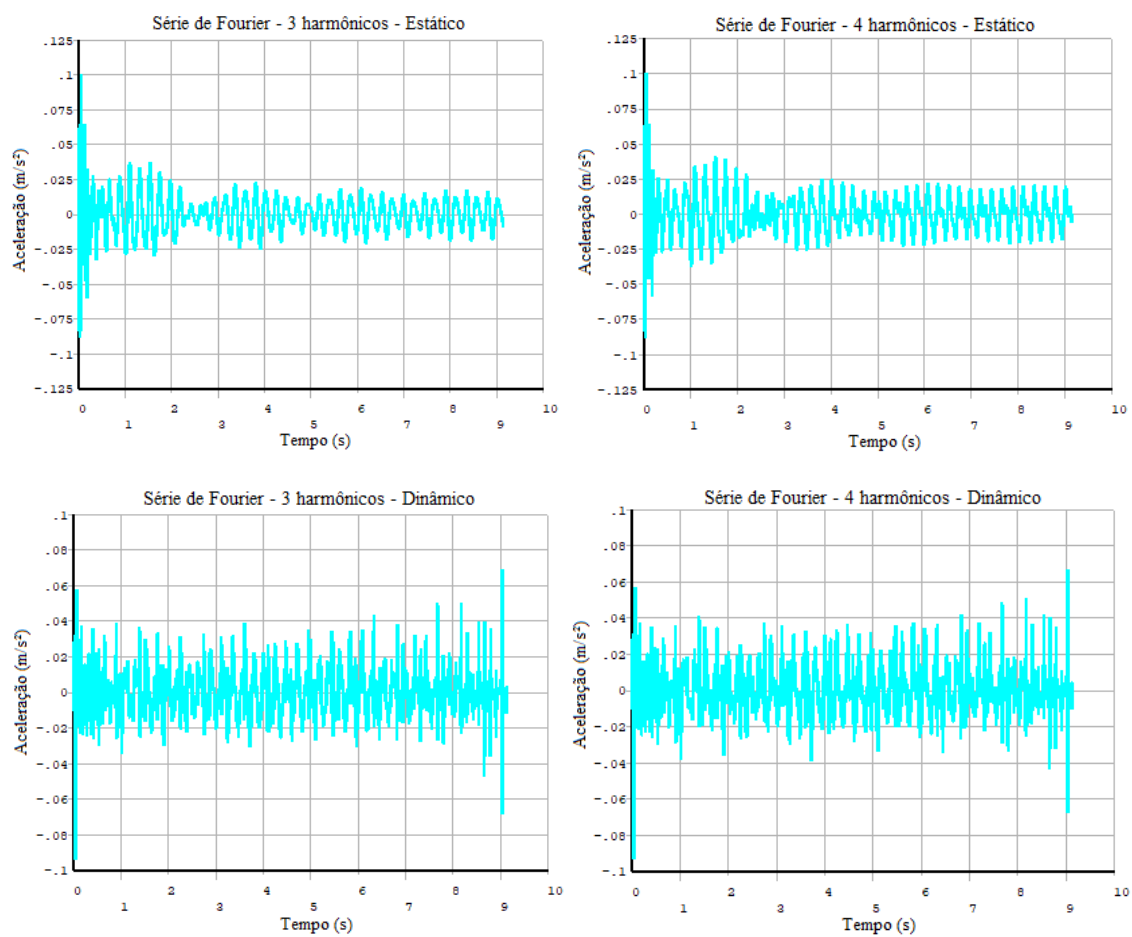


Figura 76 – Resultados do Piso 2: ponto 1



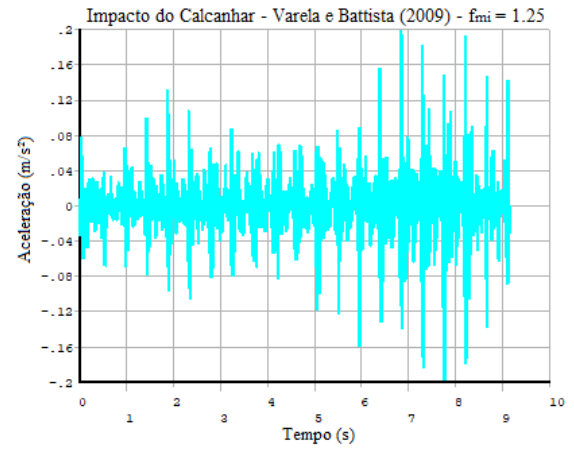
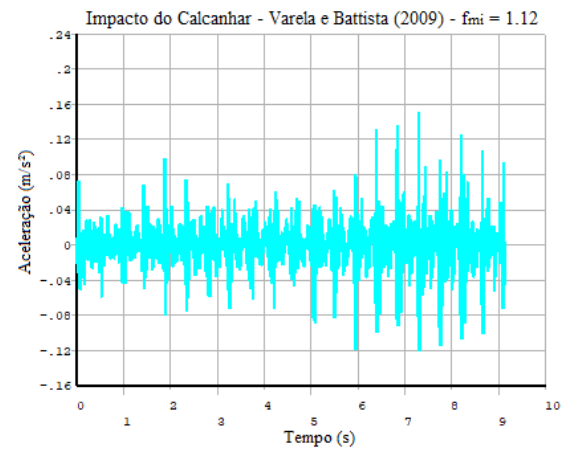
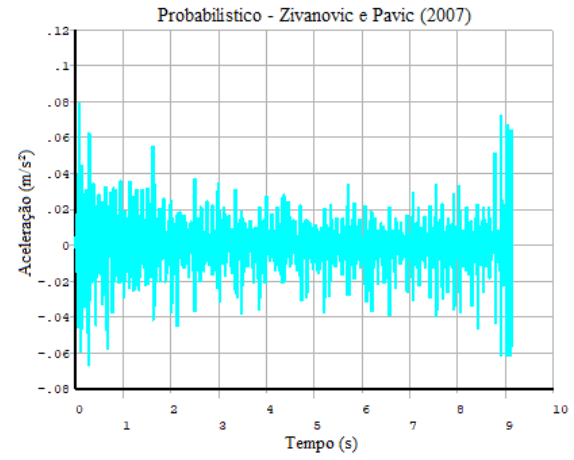
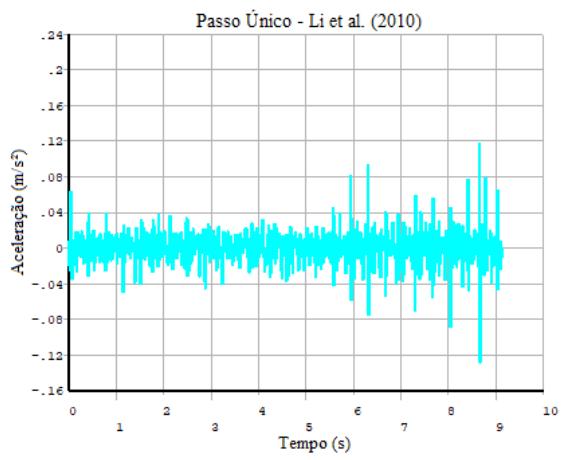
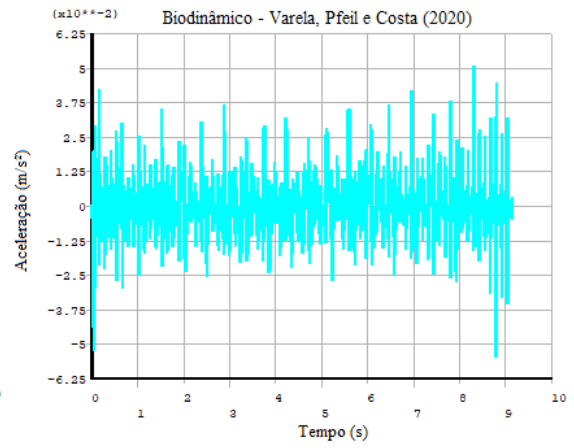
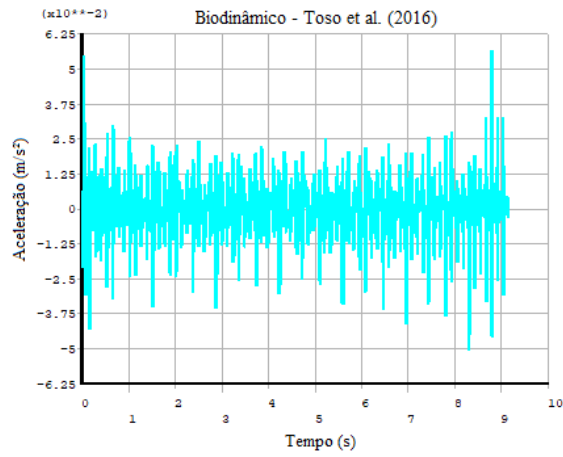
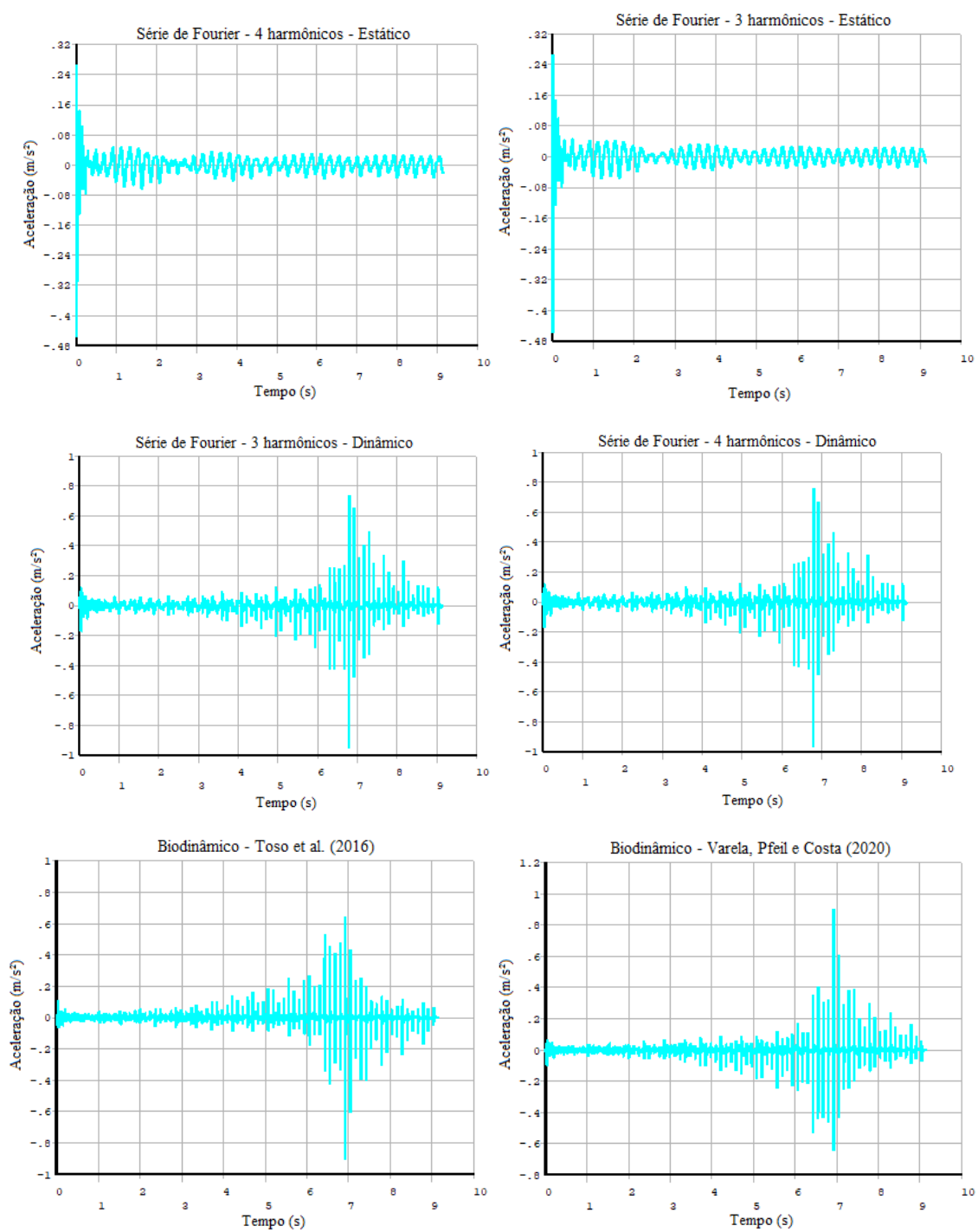


Figura 77 – Resultados do Piso 2: ponto 2



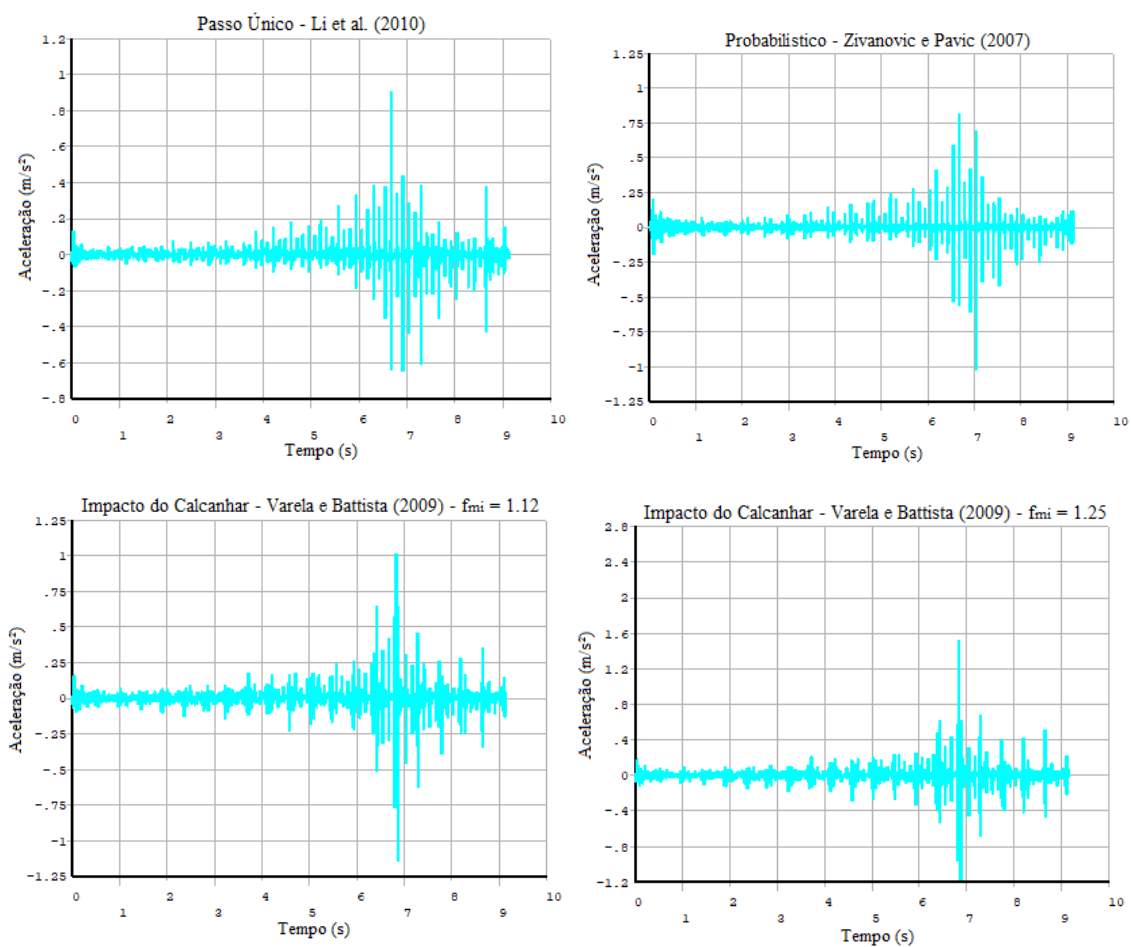
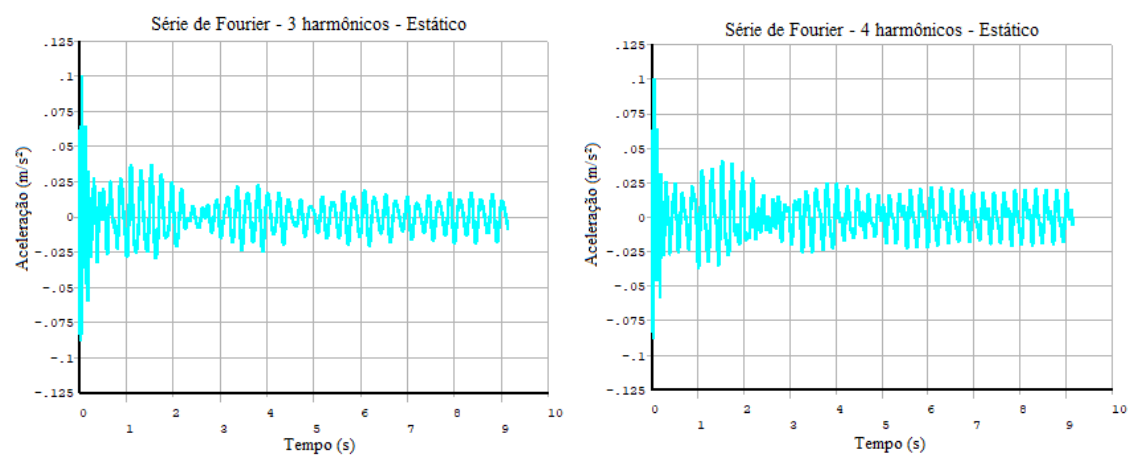
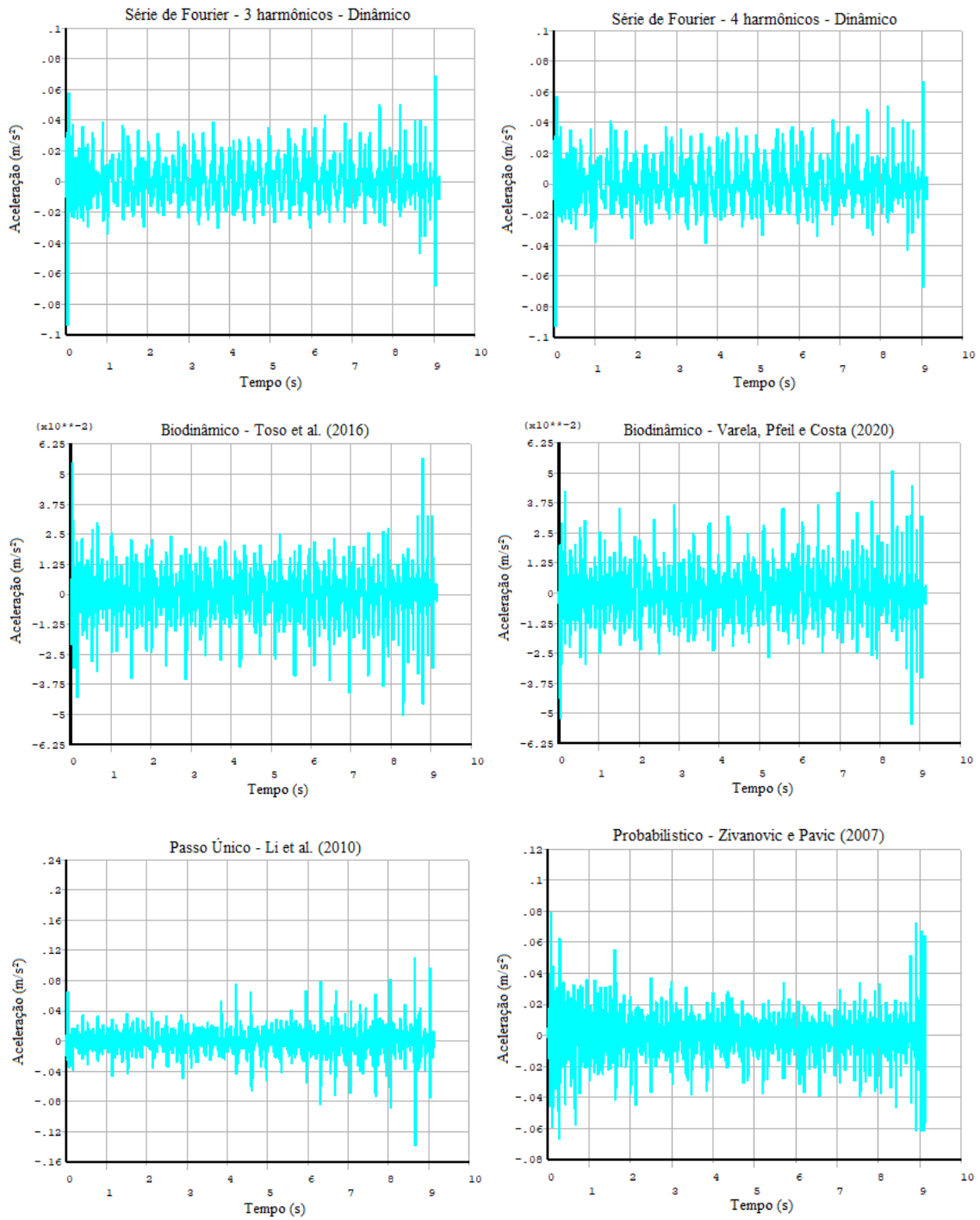


Figura 78 – Resultados do Piso 2: ponto 3







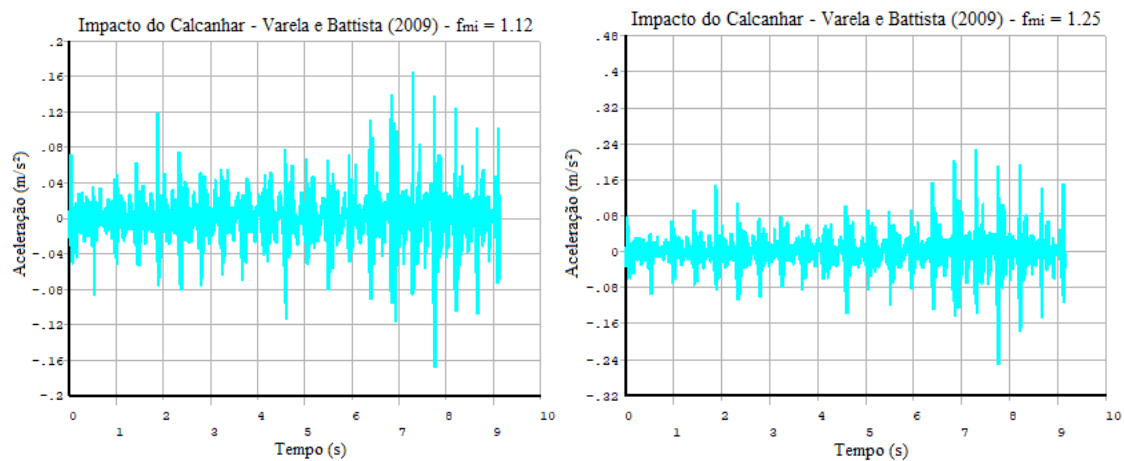
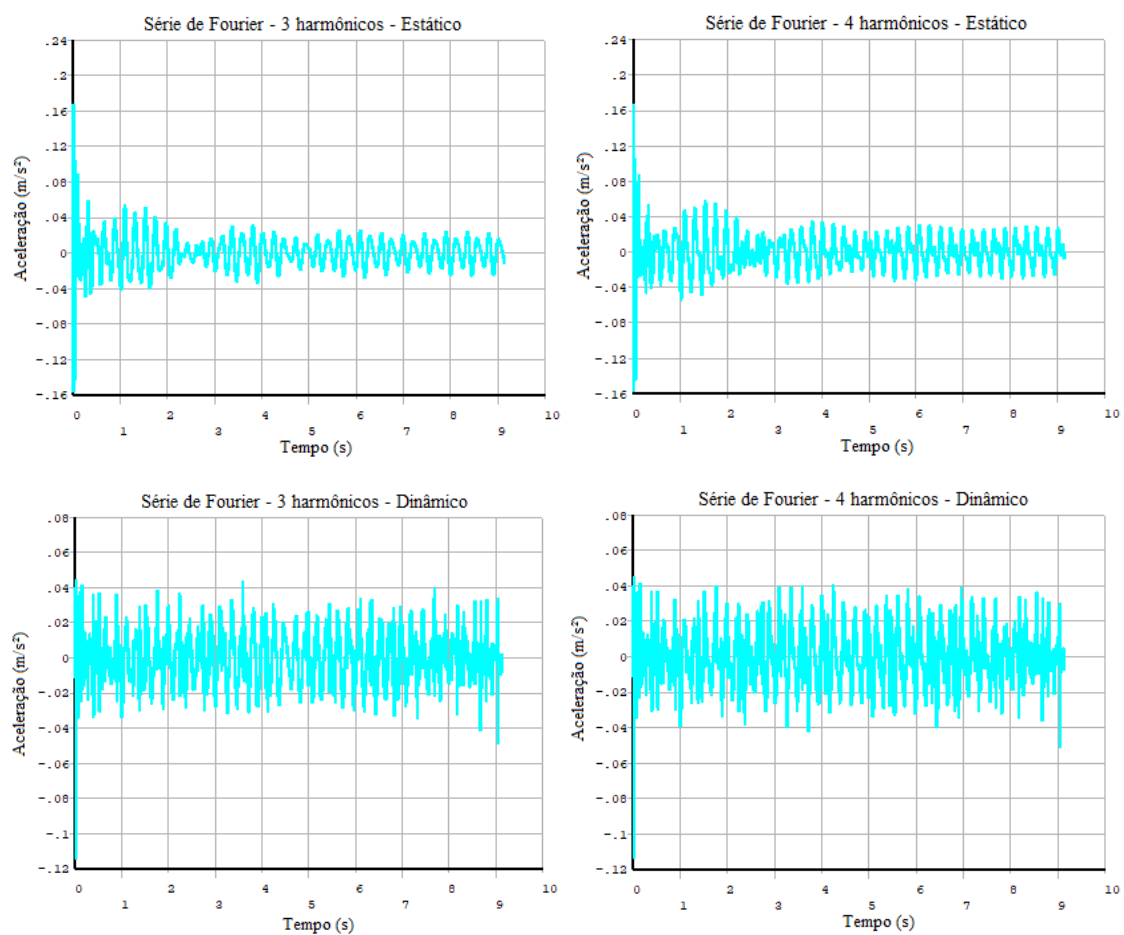


Figura 79 – Resultados do Piso 2: ponto 4



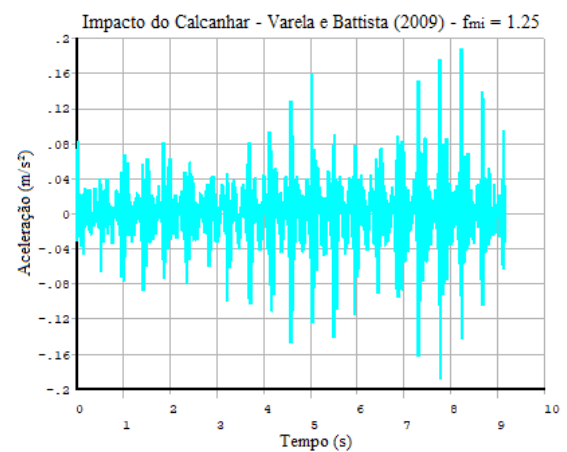
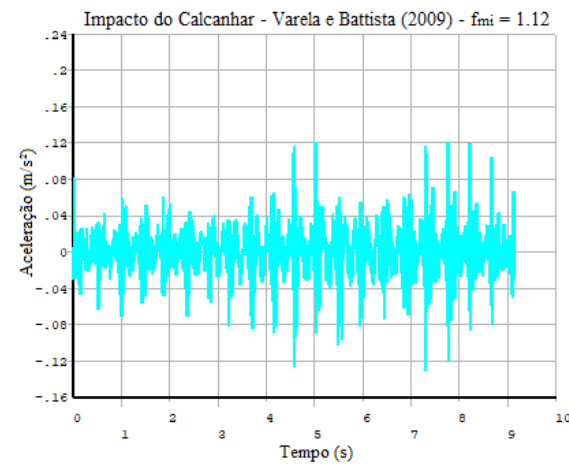
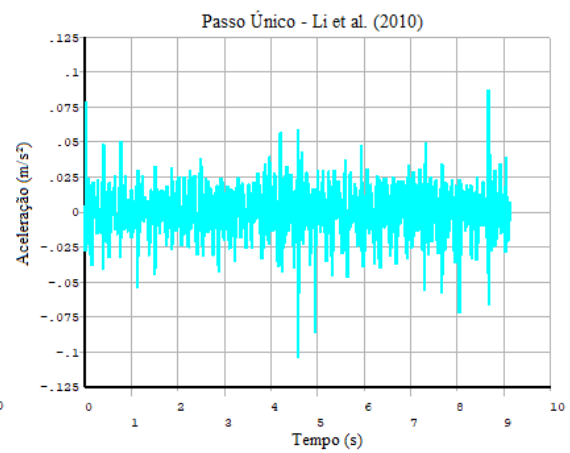
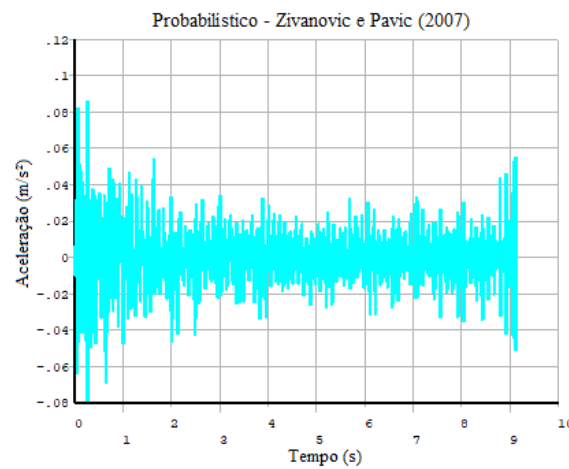
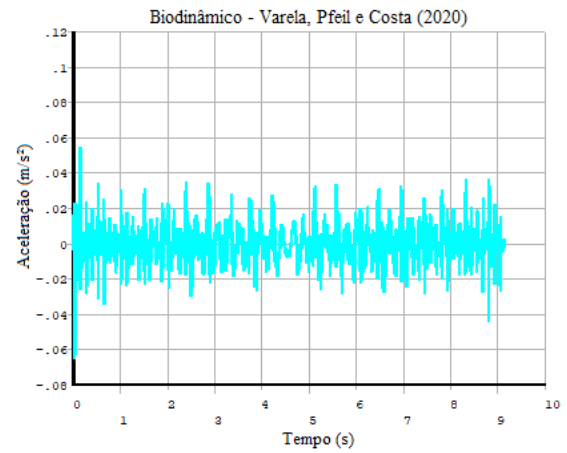
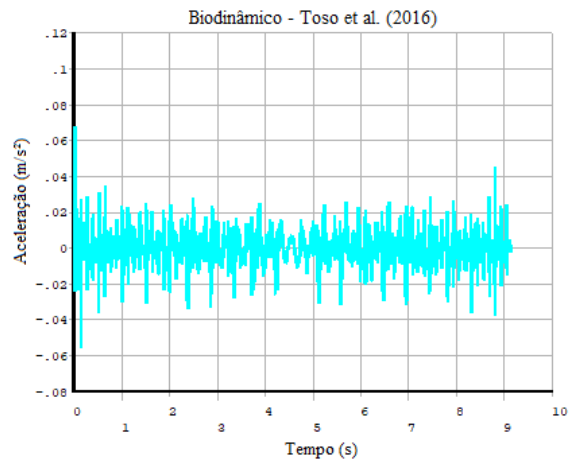
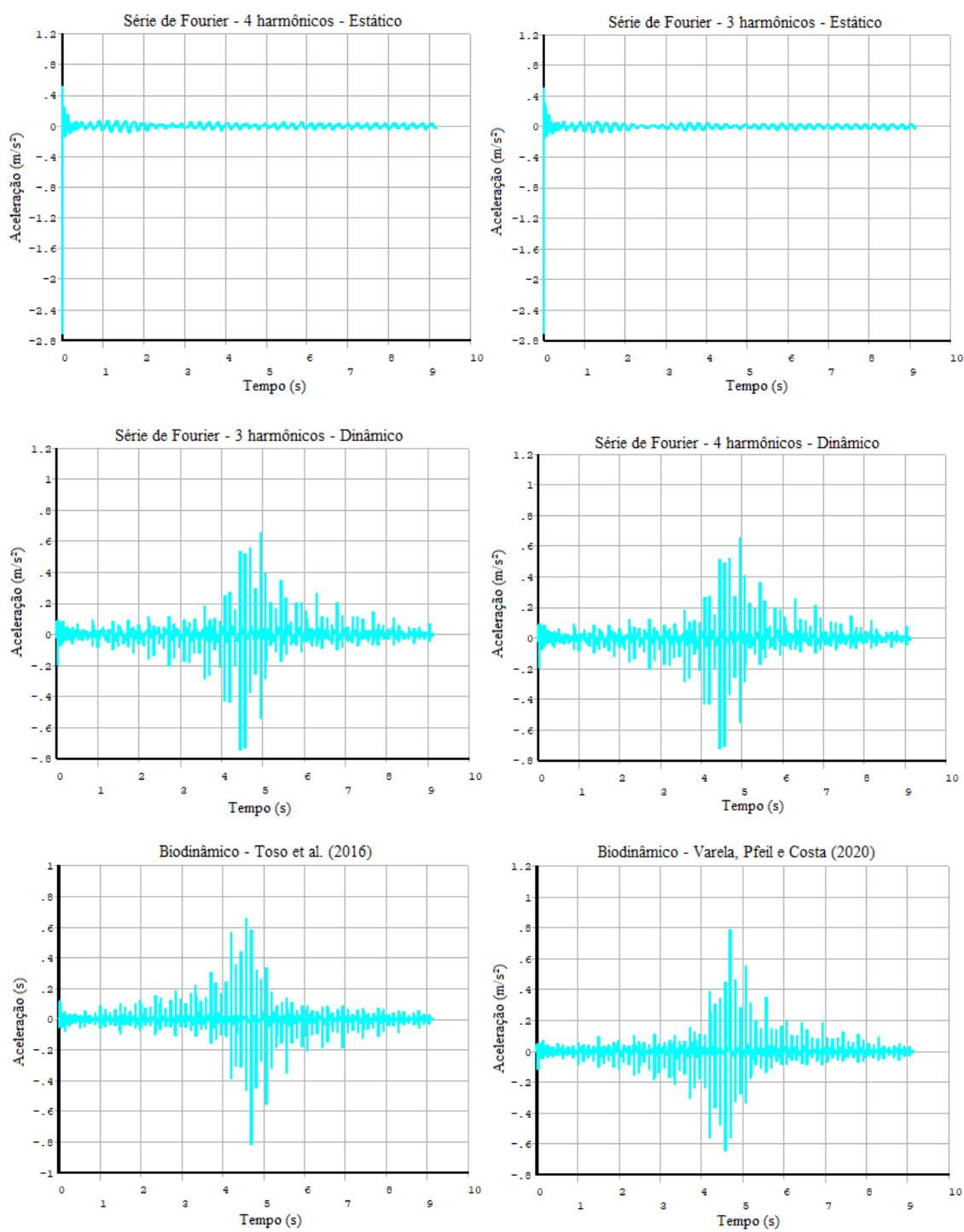


Figura 80 – Resultados do Piso 2: ponto 5



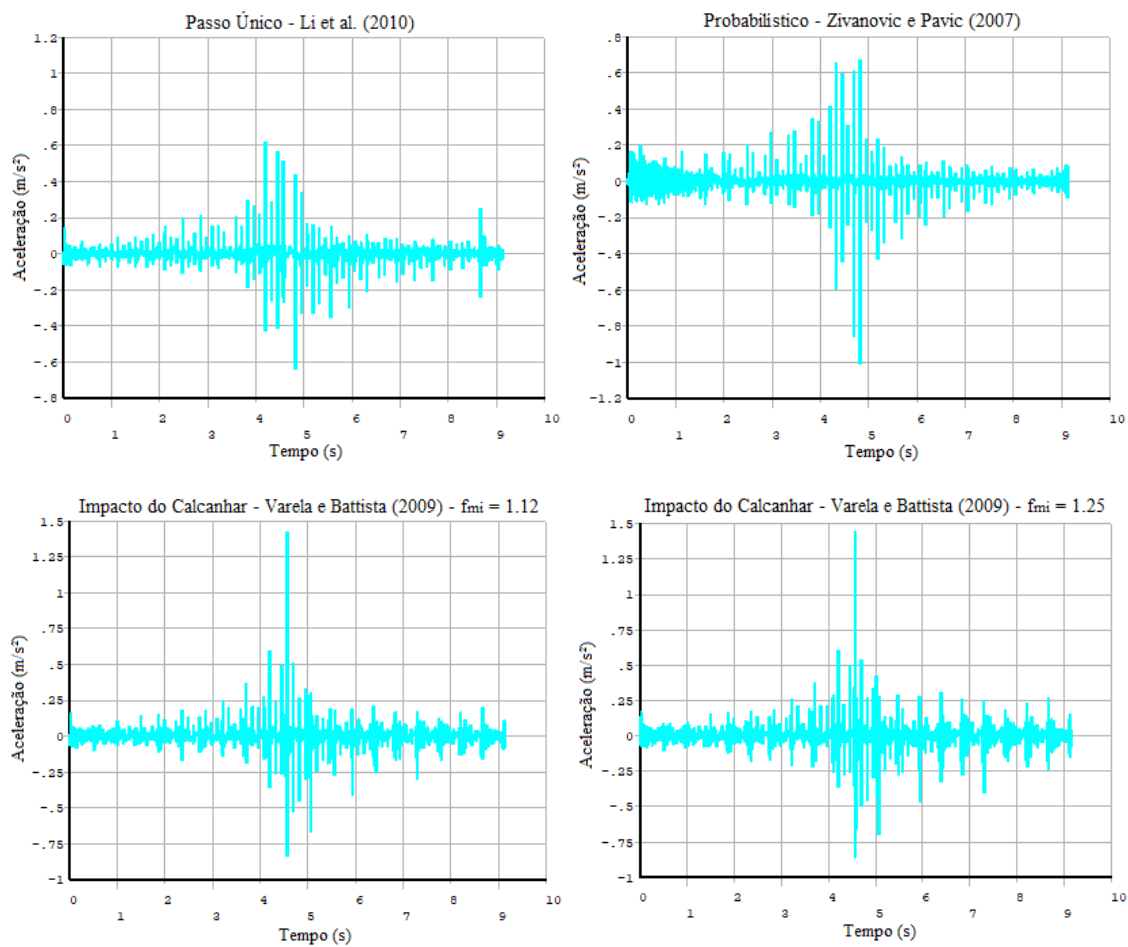
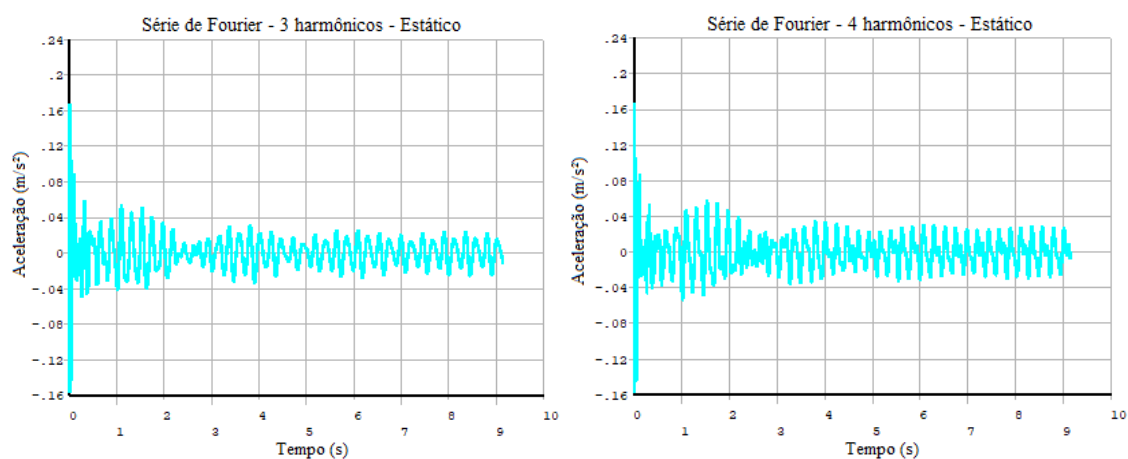
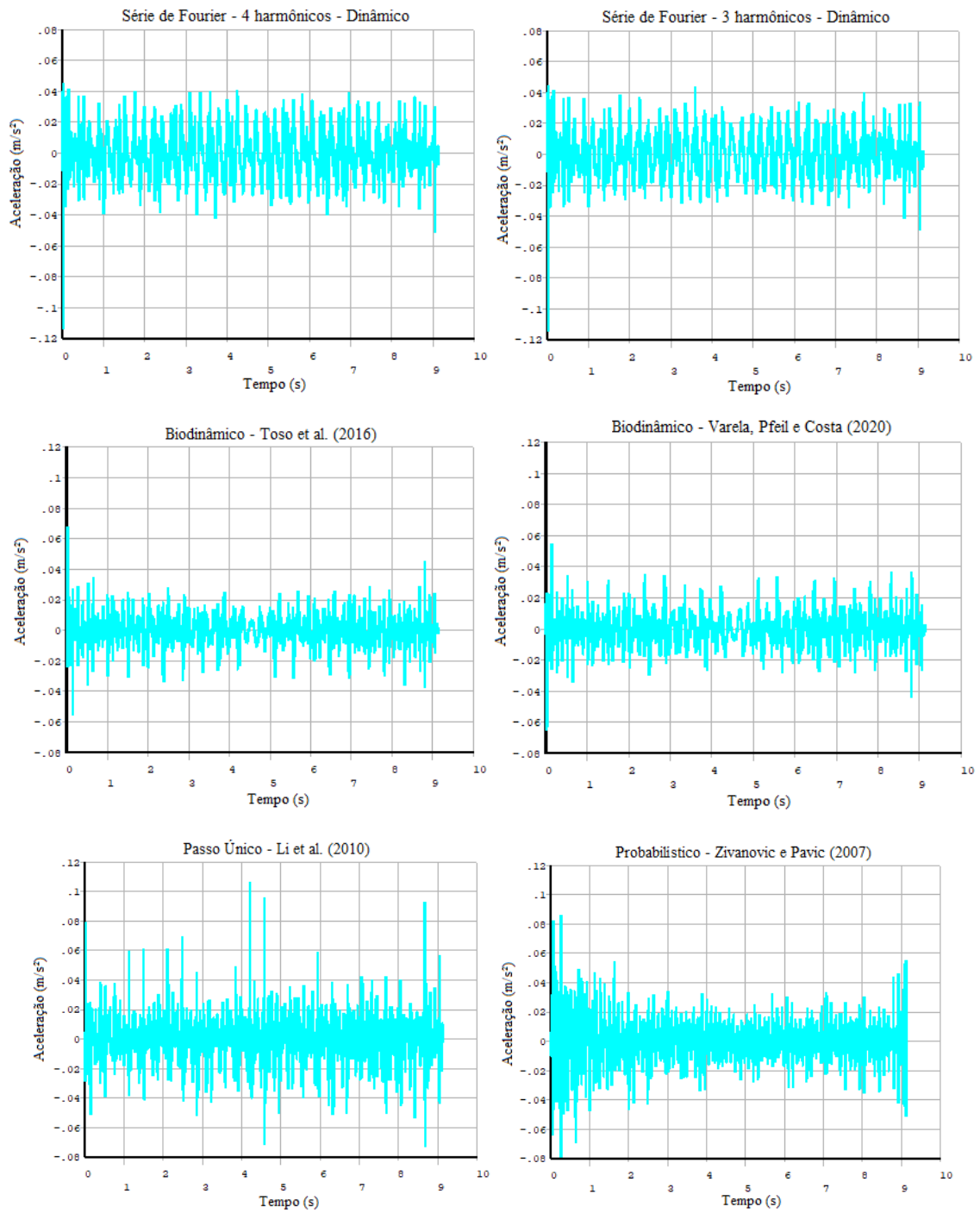


Figura 81 – Resultados do Piso 2: ponto 6





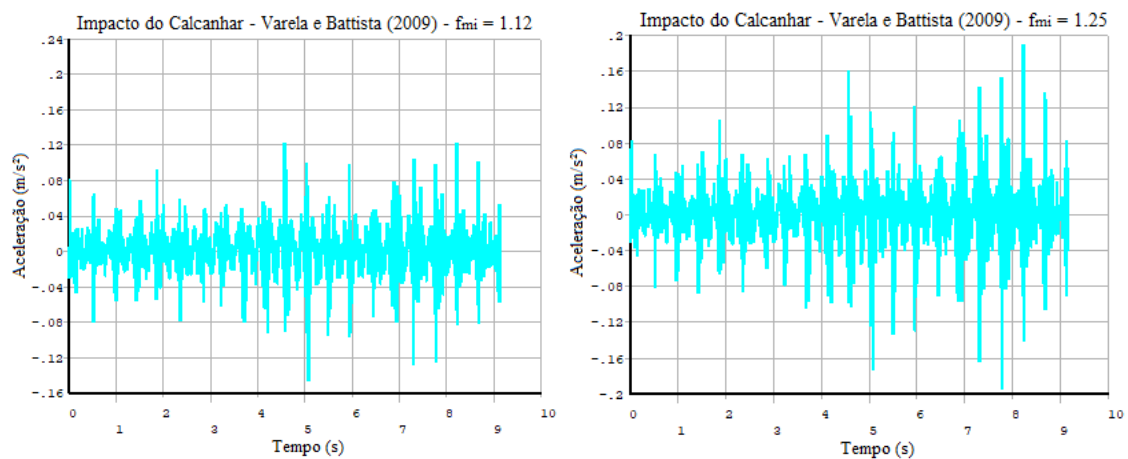
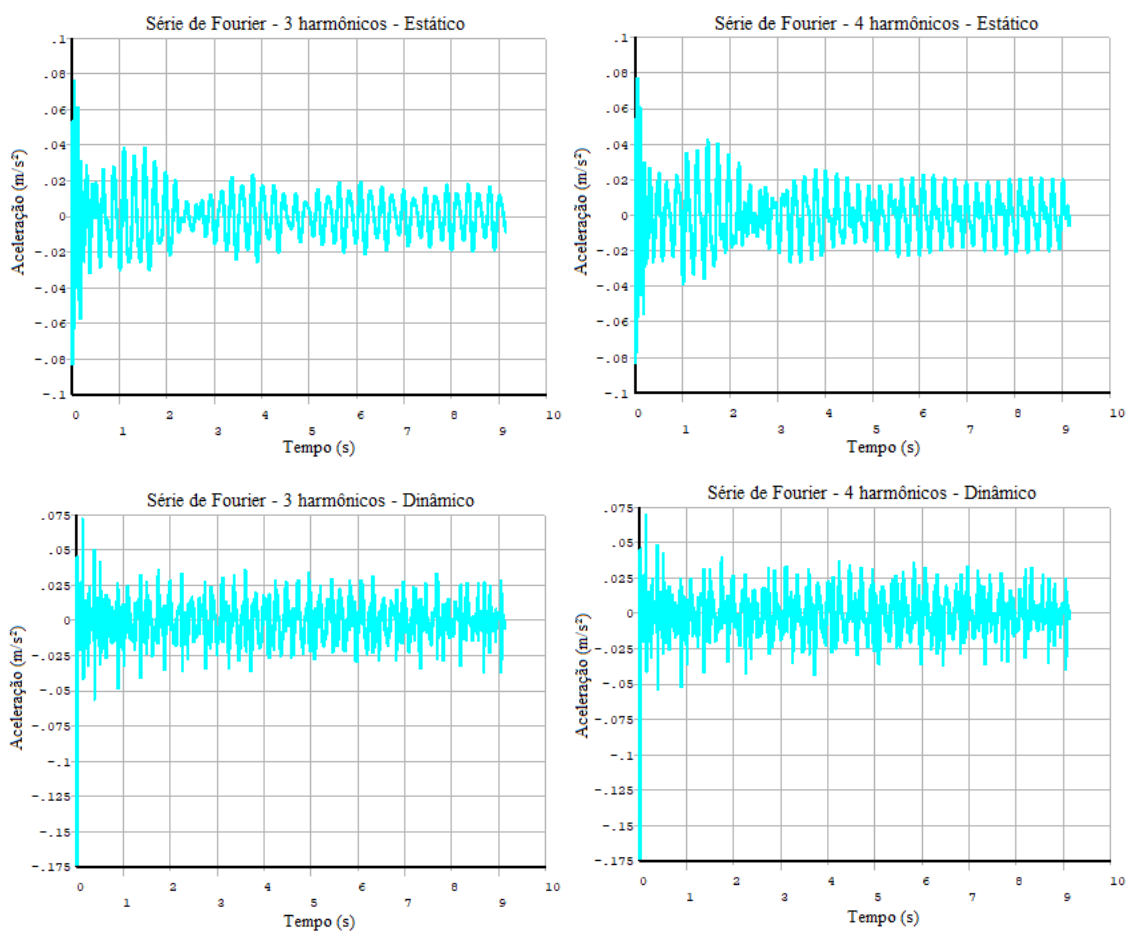


Figura 82 – Resultados do Piso 2: ponto 7



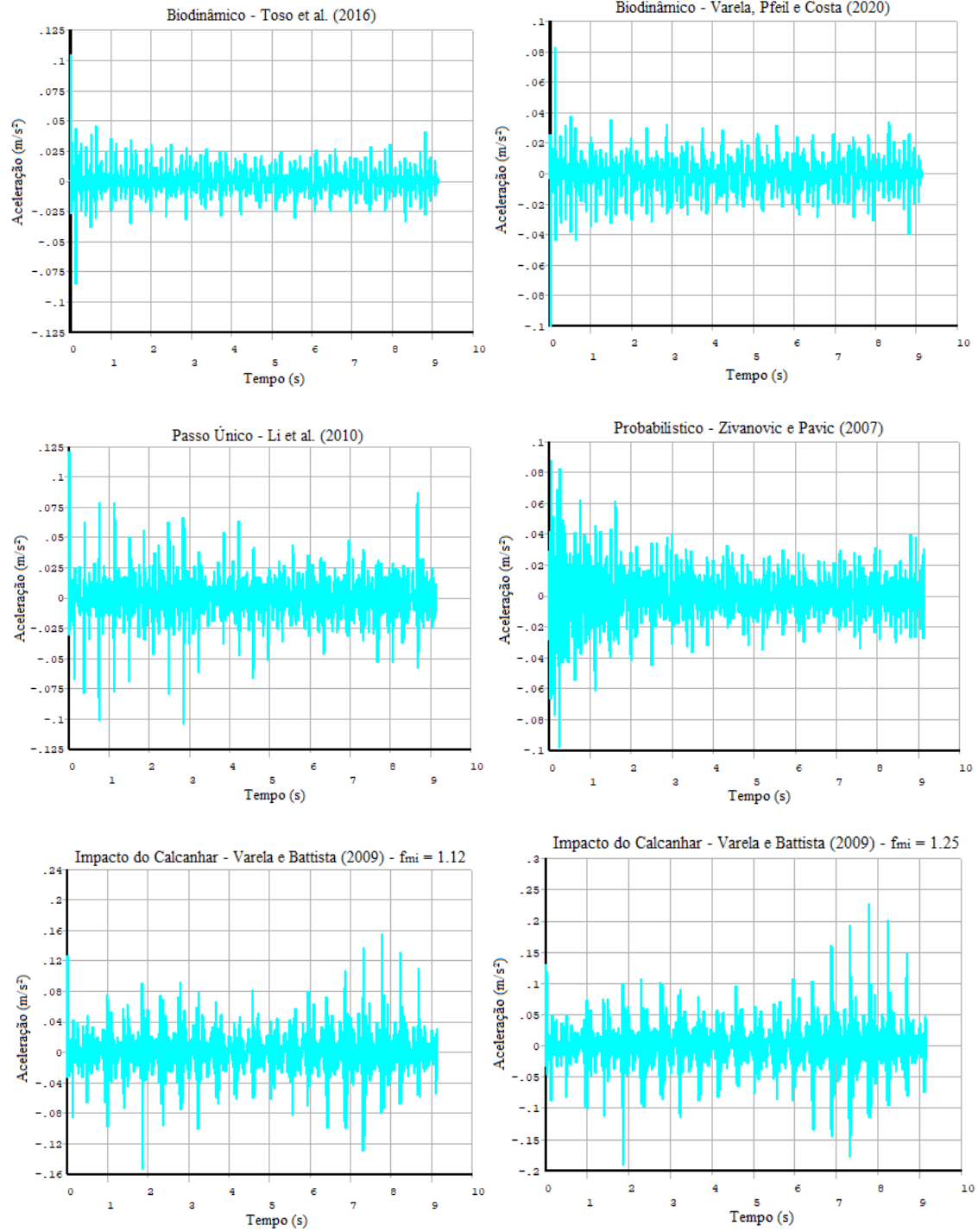
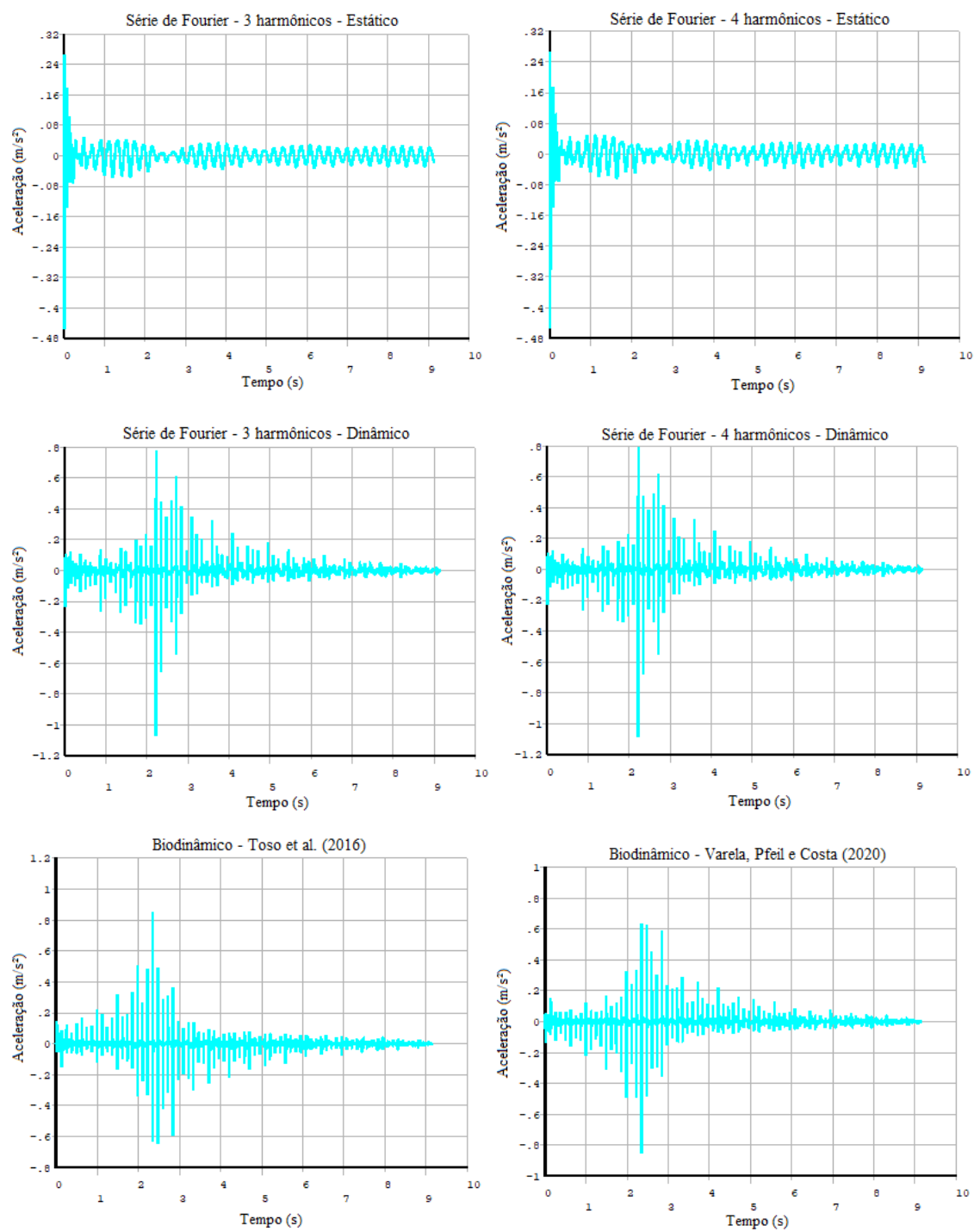




Figura 83 – Resultados do Piso 2: ponto 8



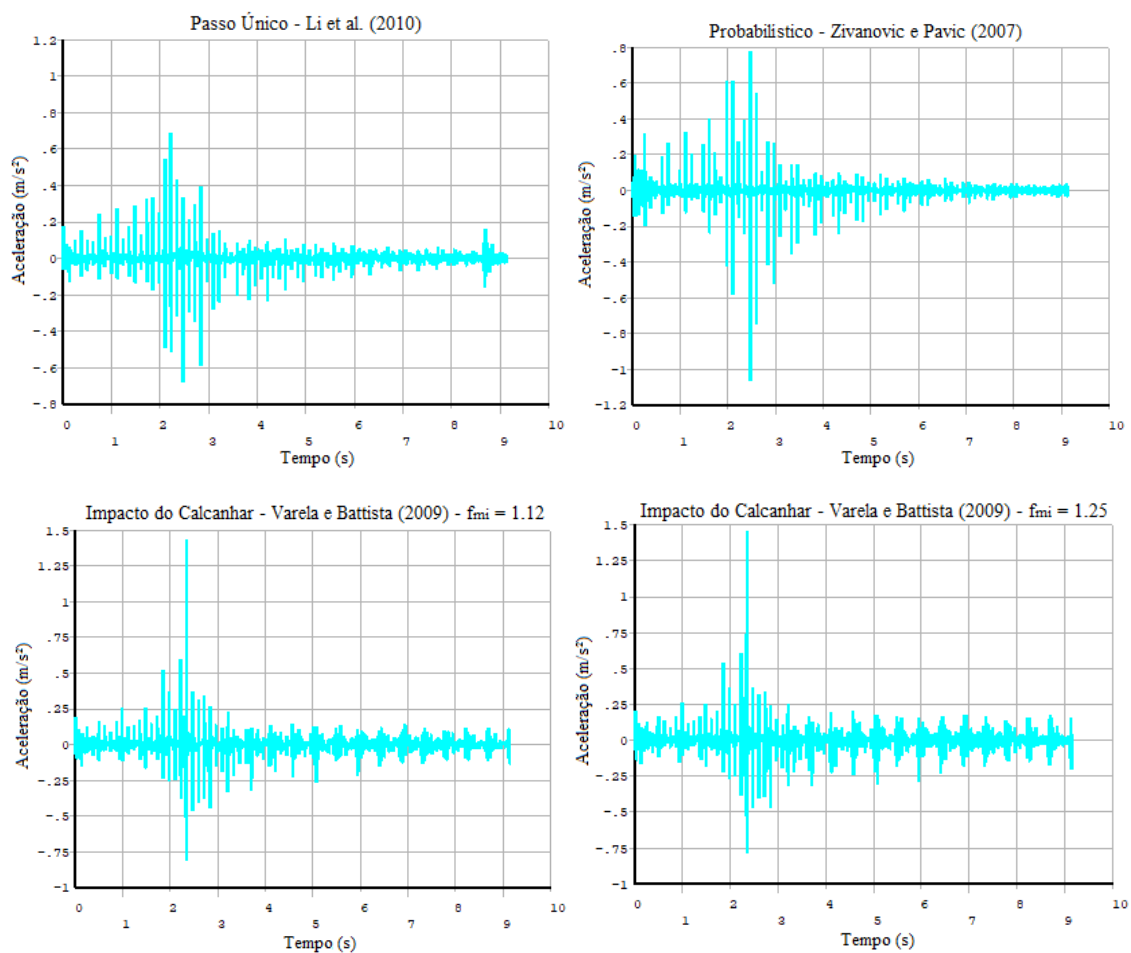
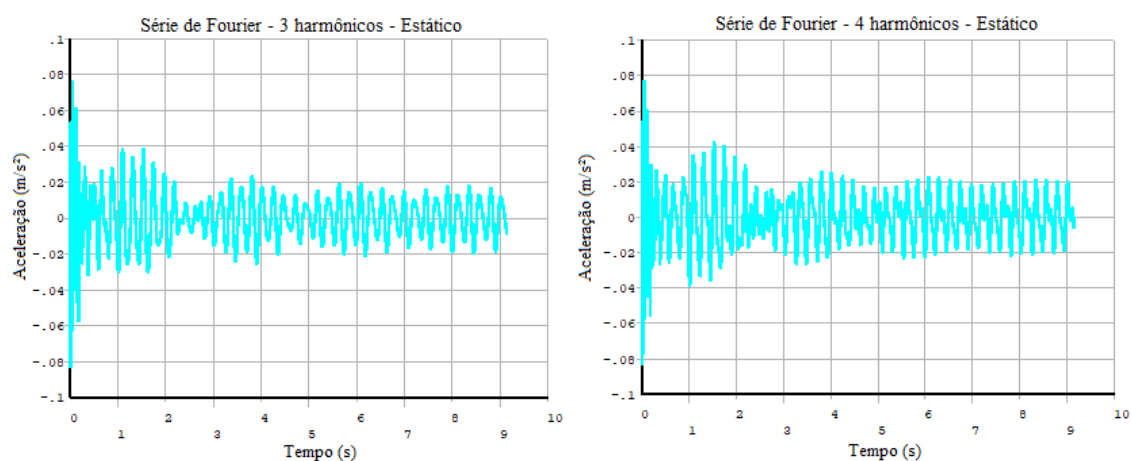
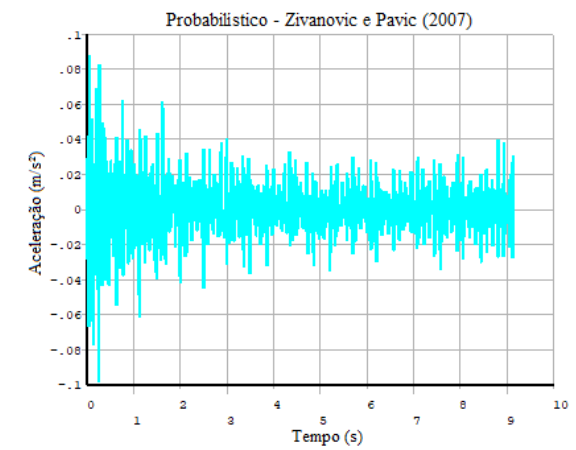
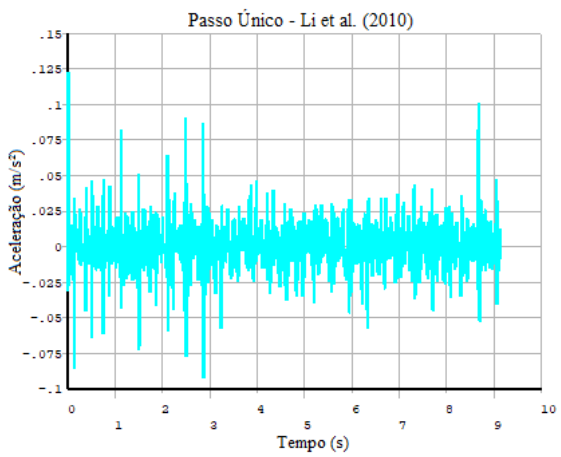
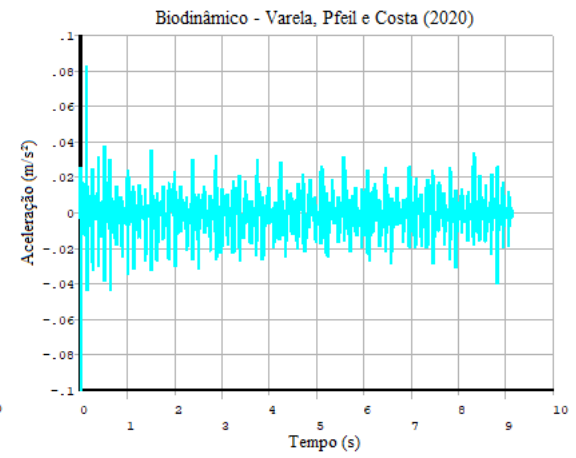
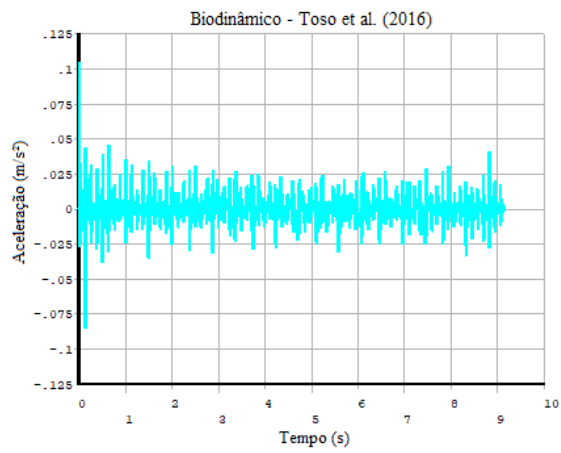
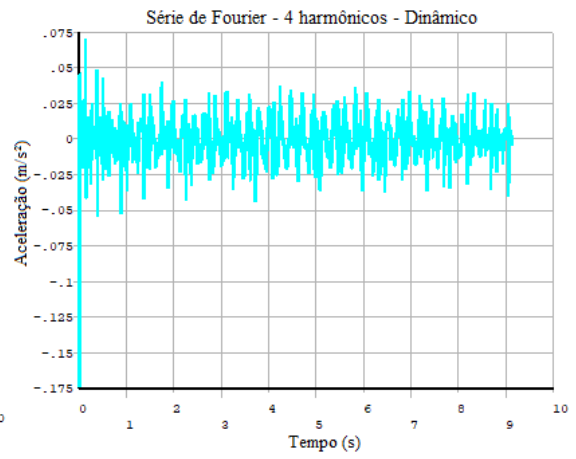
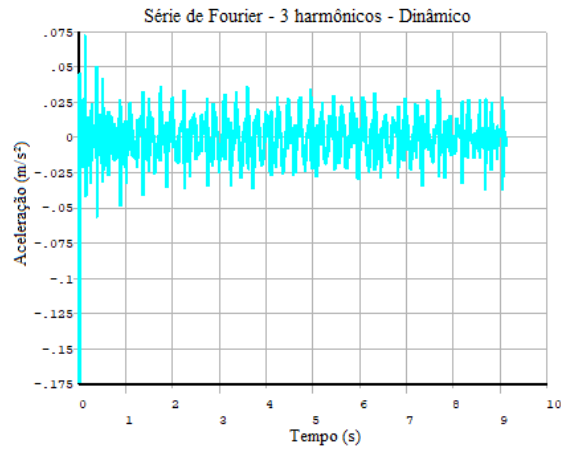


Figura 84 – Resultados do Piso 2: ponto 9





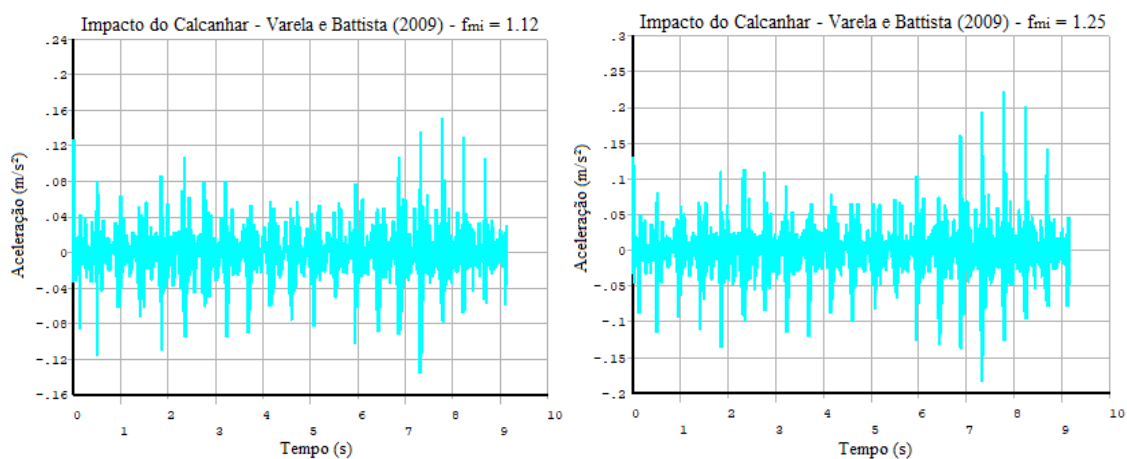
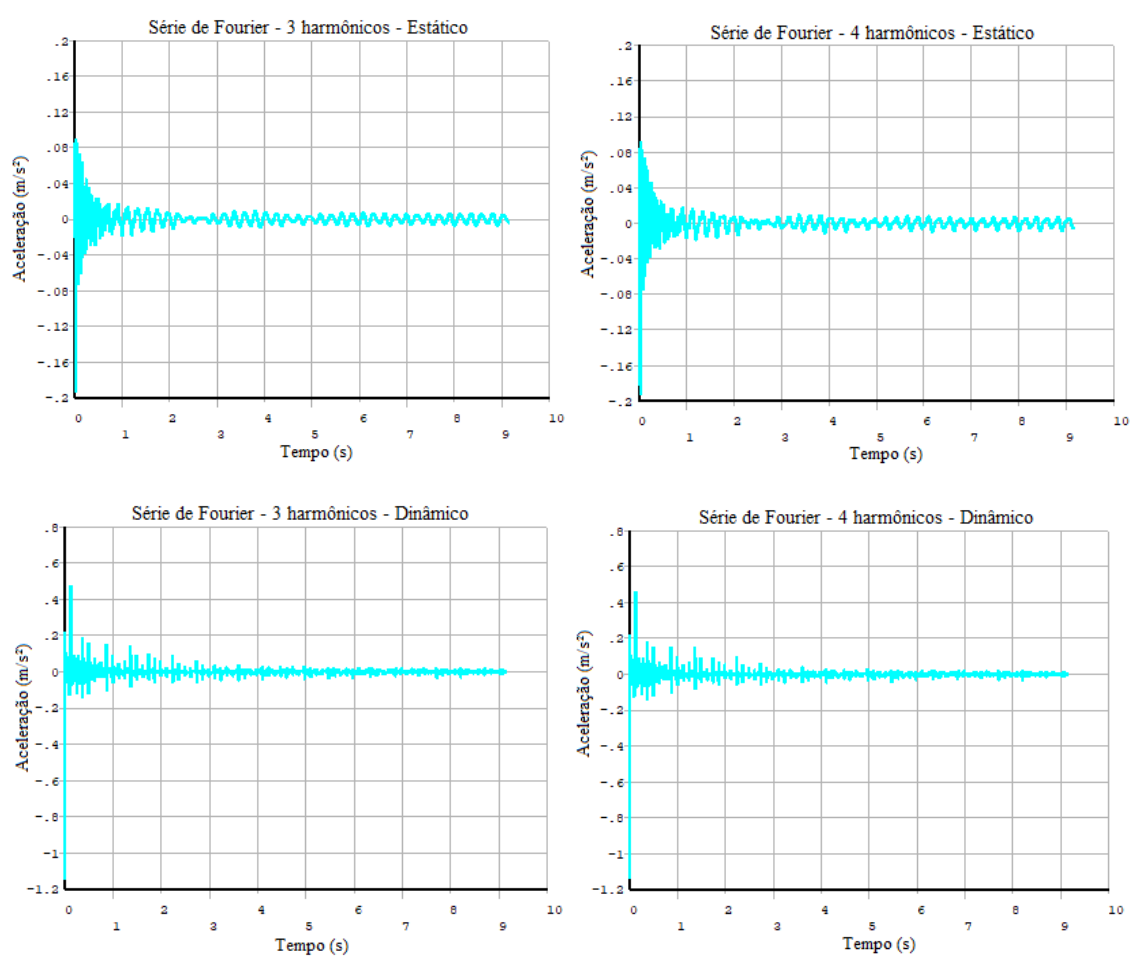
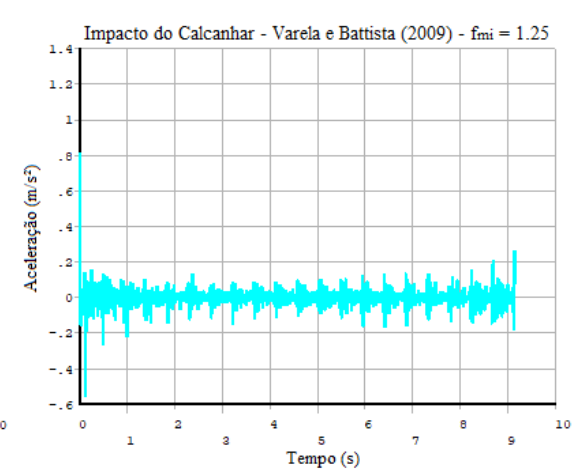
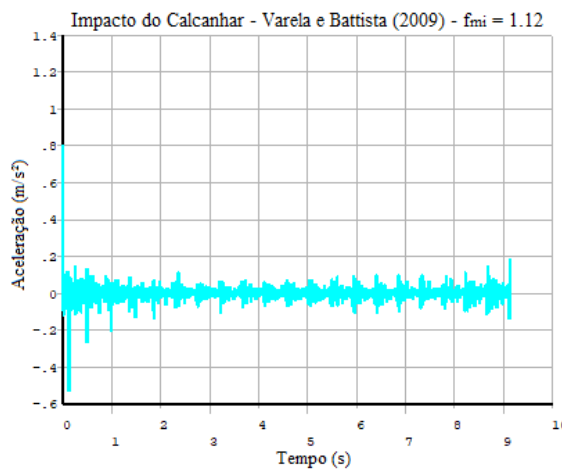
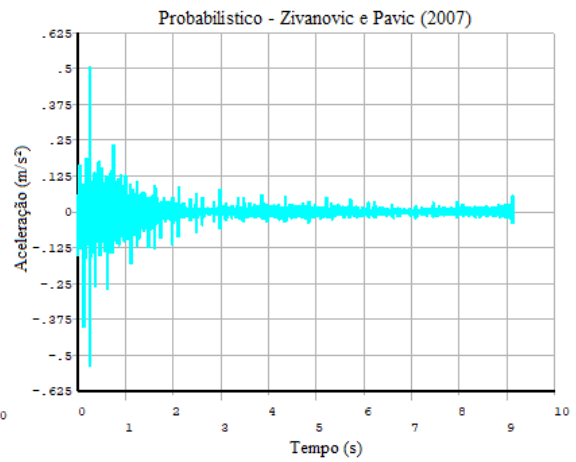
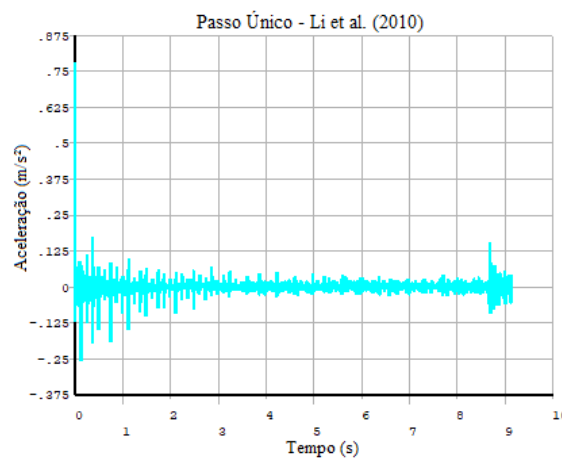
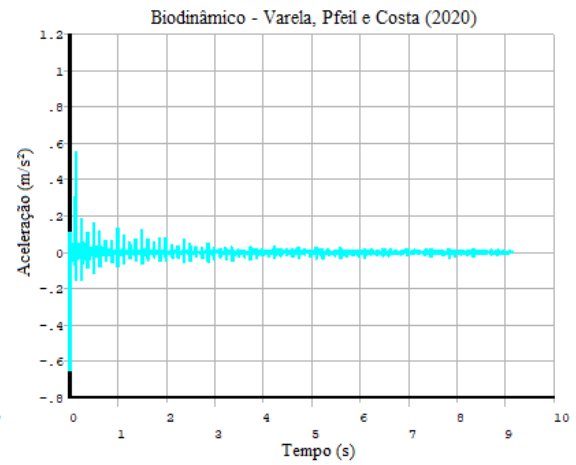
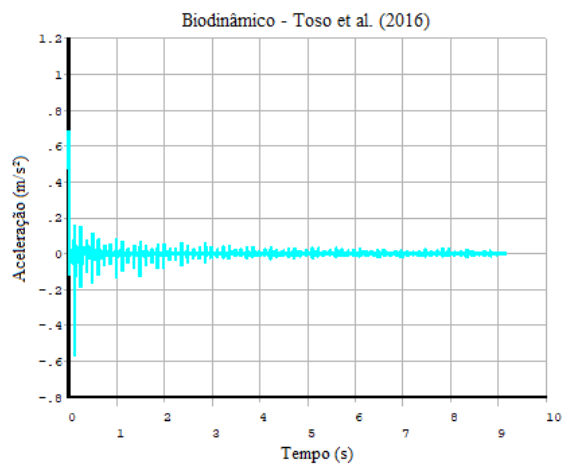


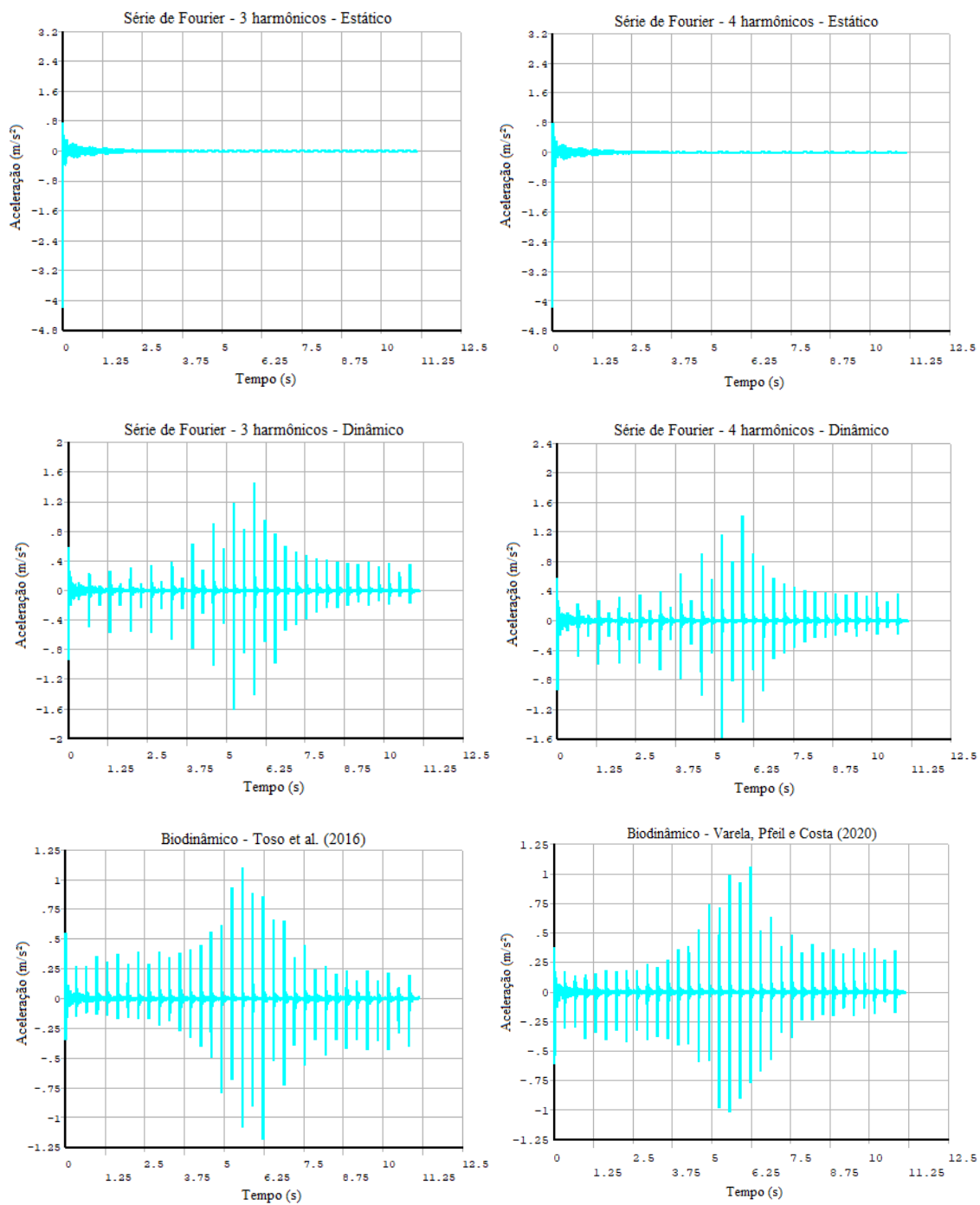
Figura 85 – Resultados do Piso 2: ponto 10





## APÊNDICE B

Figura 86 – Resultados da Sala 403:  $f_s = 1,50$  Hz



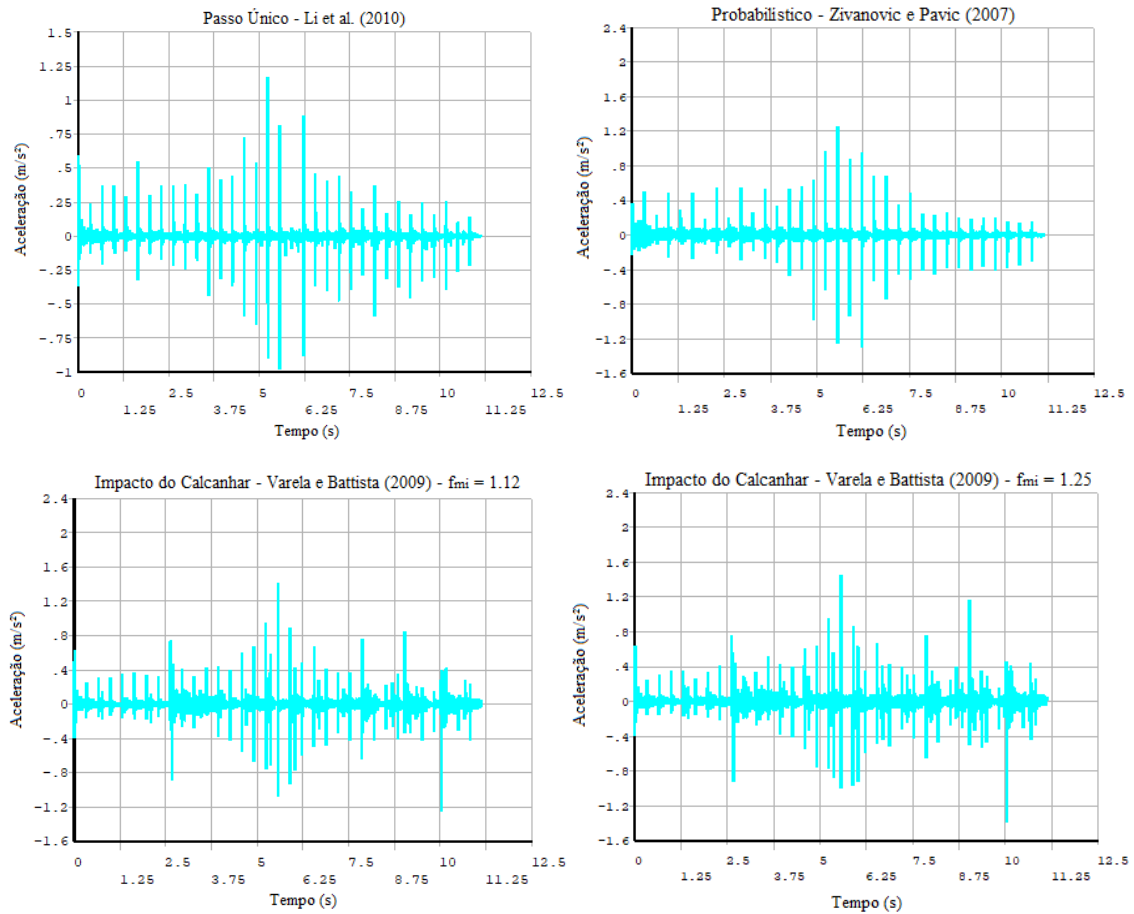
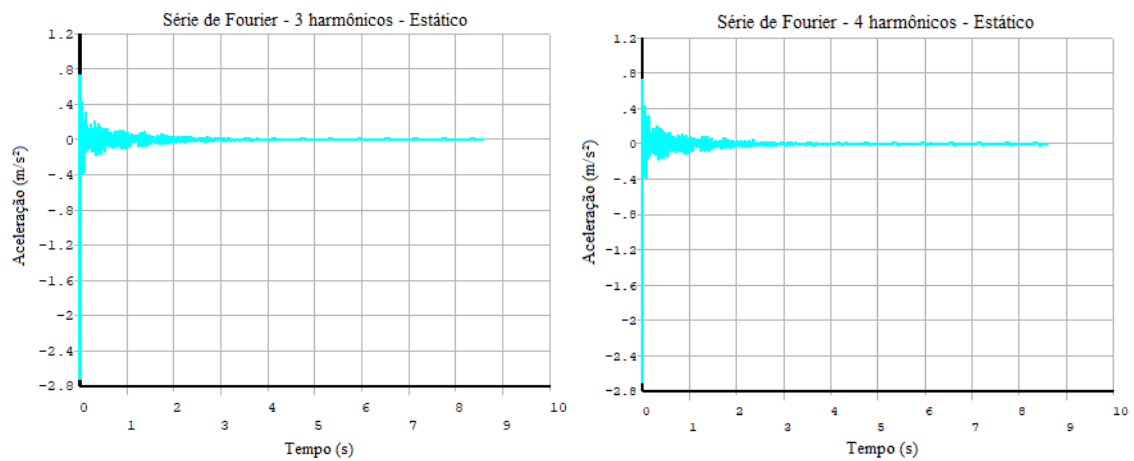
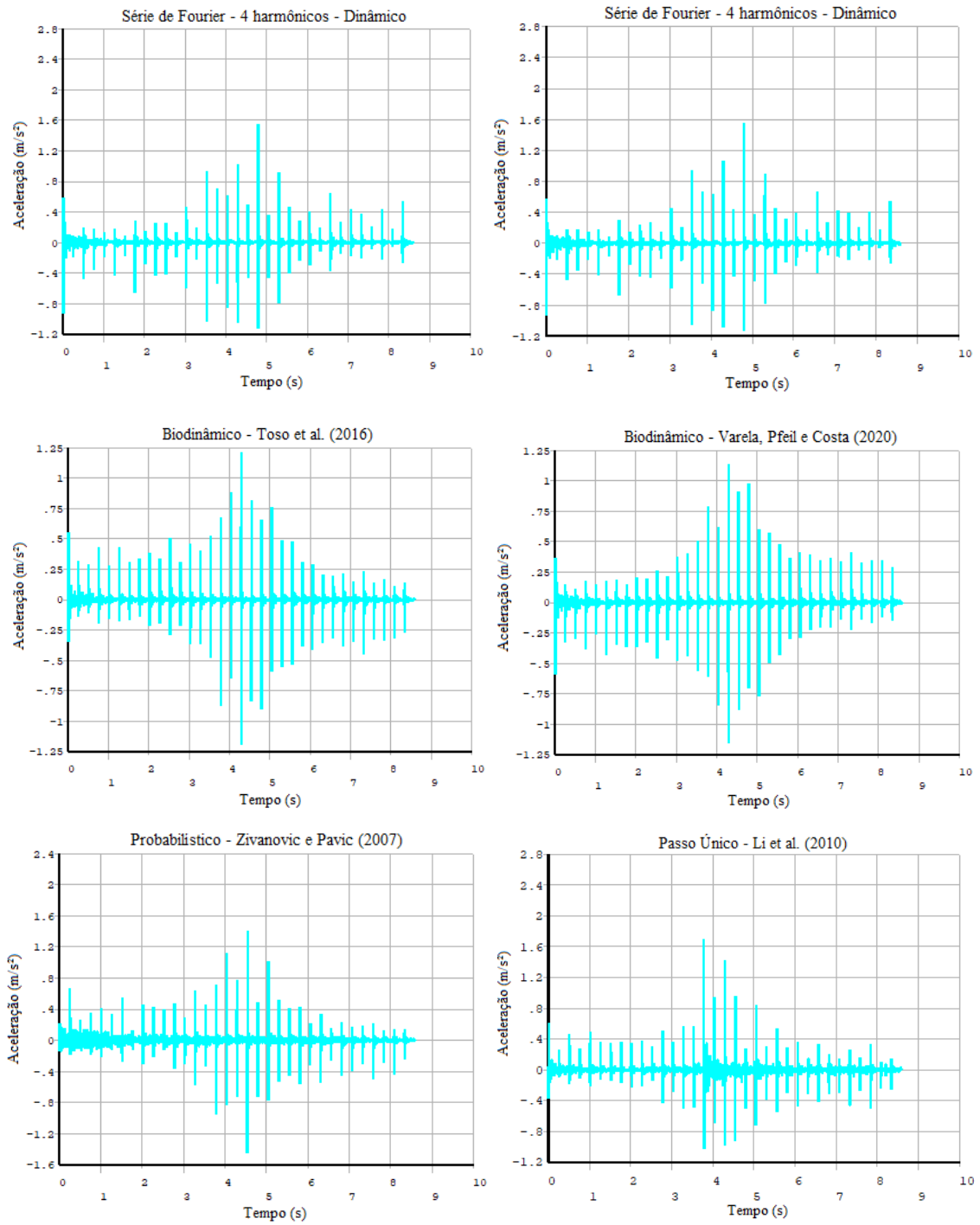


Figura 87 – Resultados da Sala 403:  $f_s = 1,67$  Hz







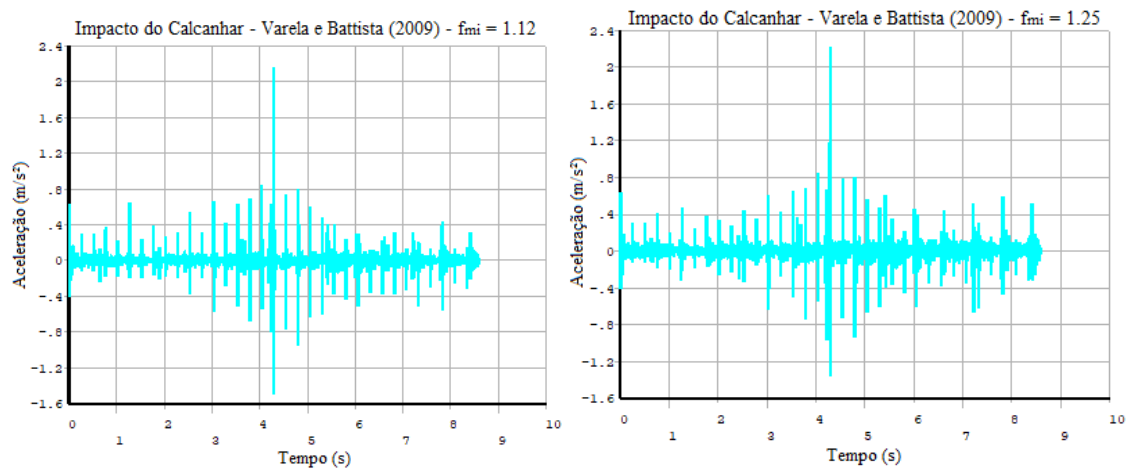
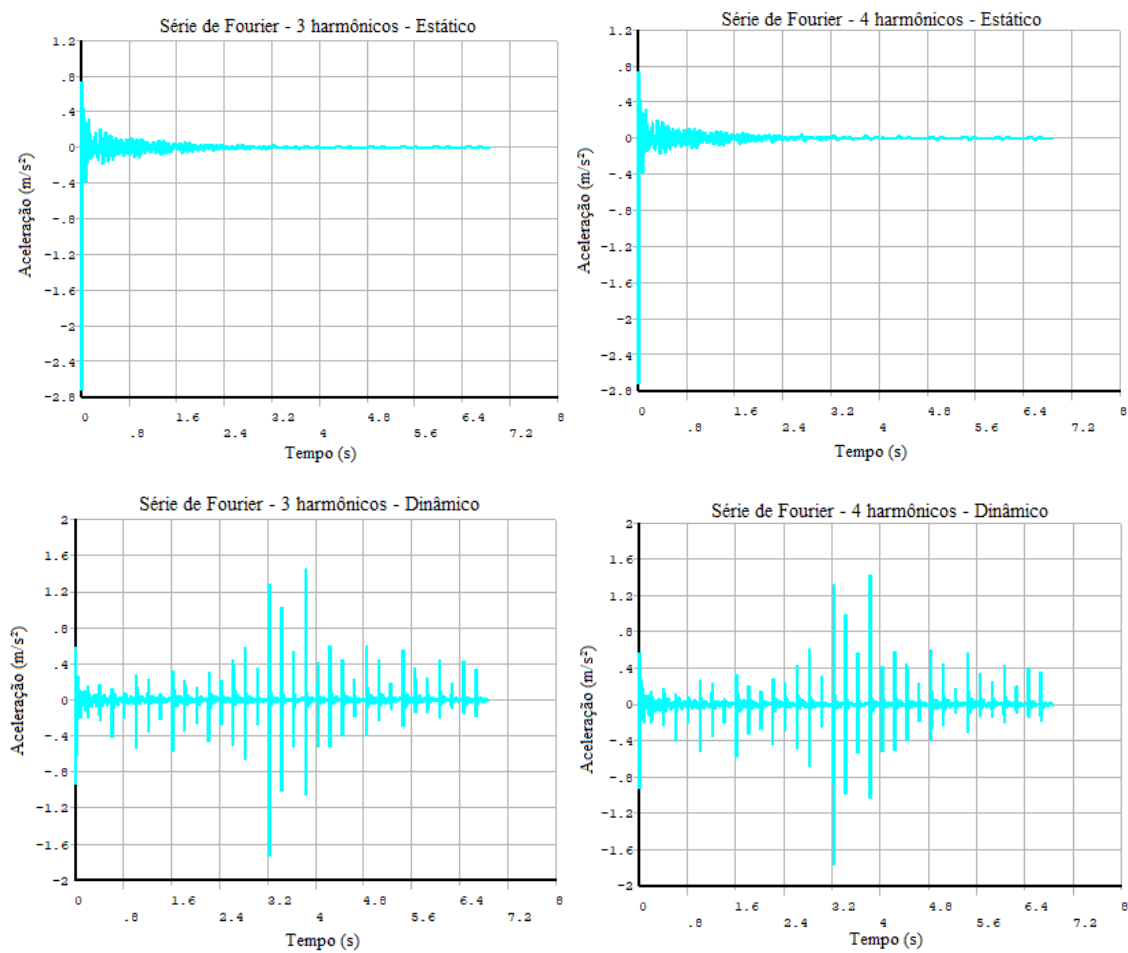


Figura 88 – Resultados da Sala 403:  $f_s = 1,83$  Hz



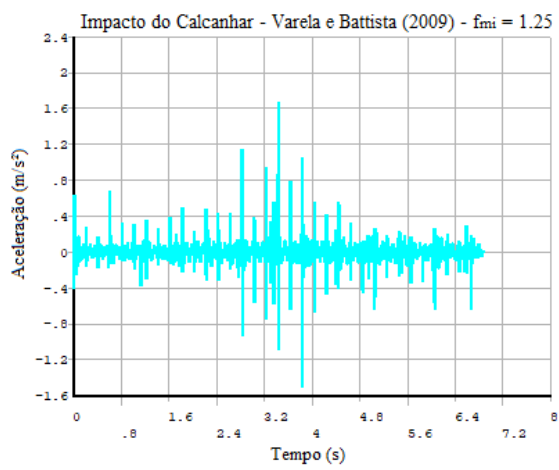
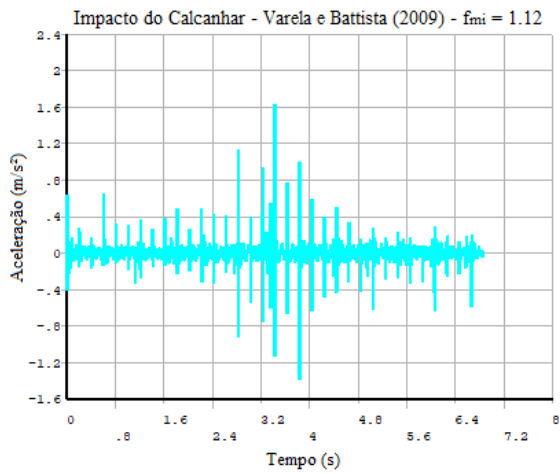
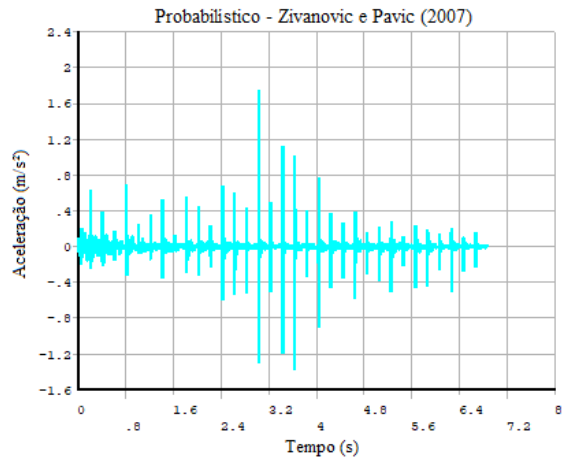
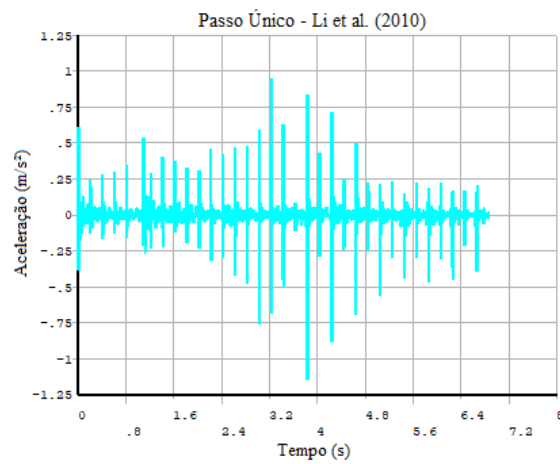
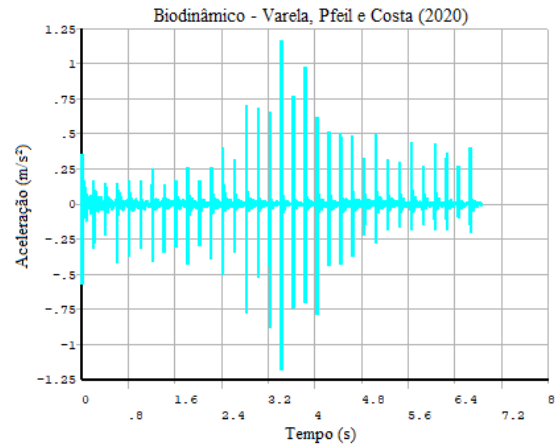
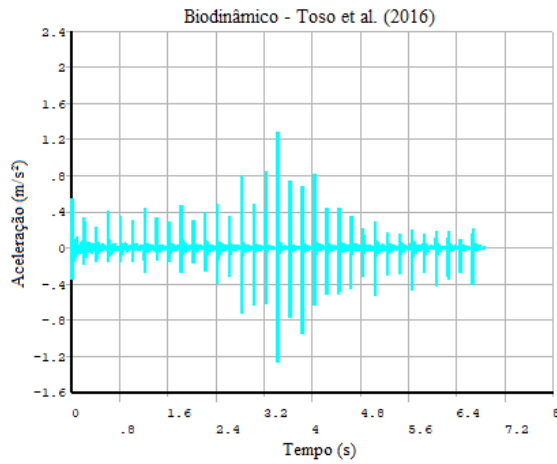
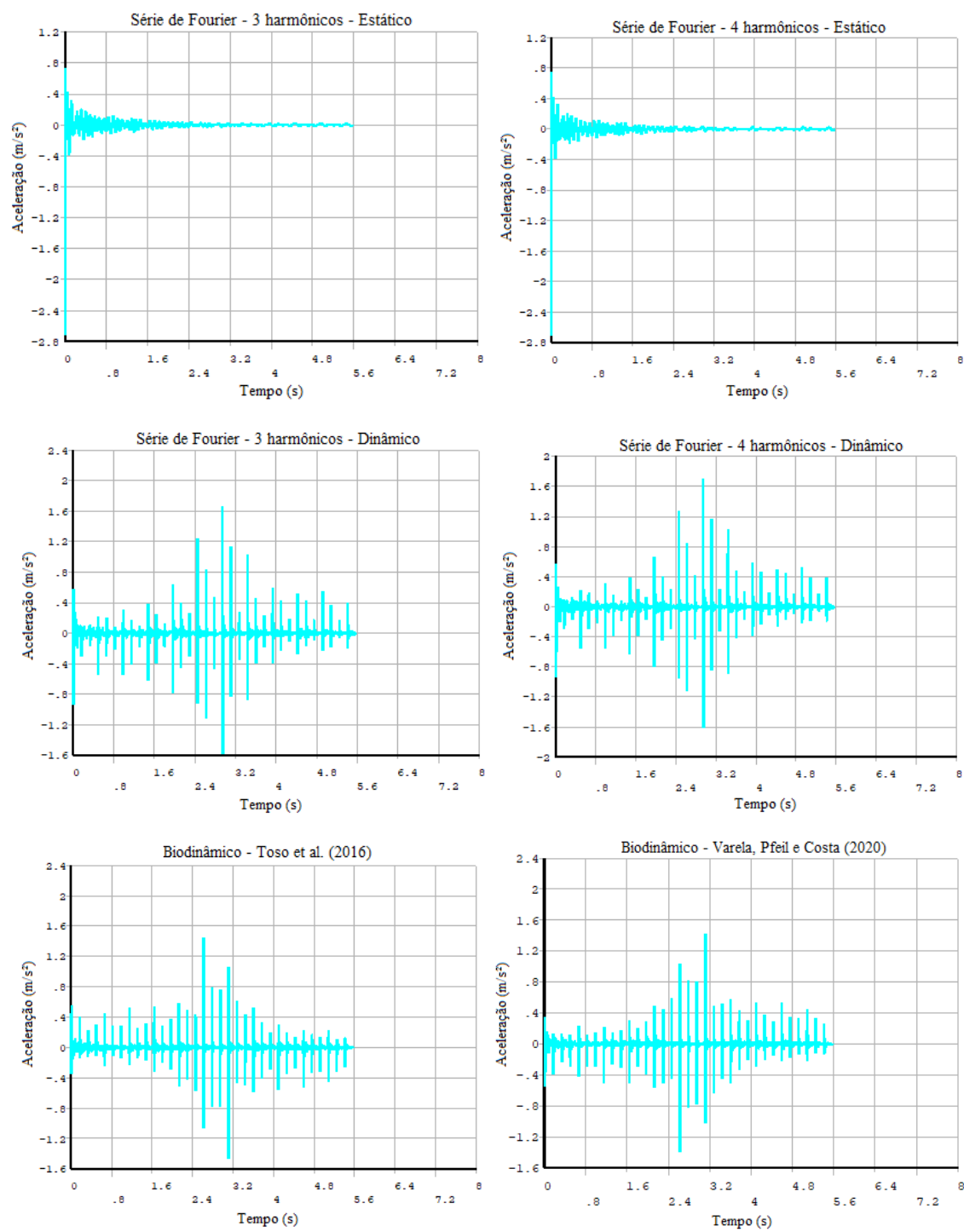


Figura 89 – Resultados da Sala 403:  $f_s = 2,00$  Hz



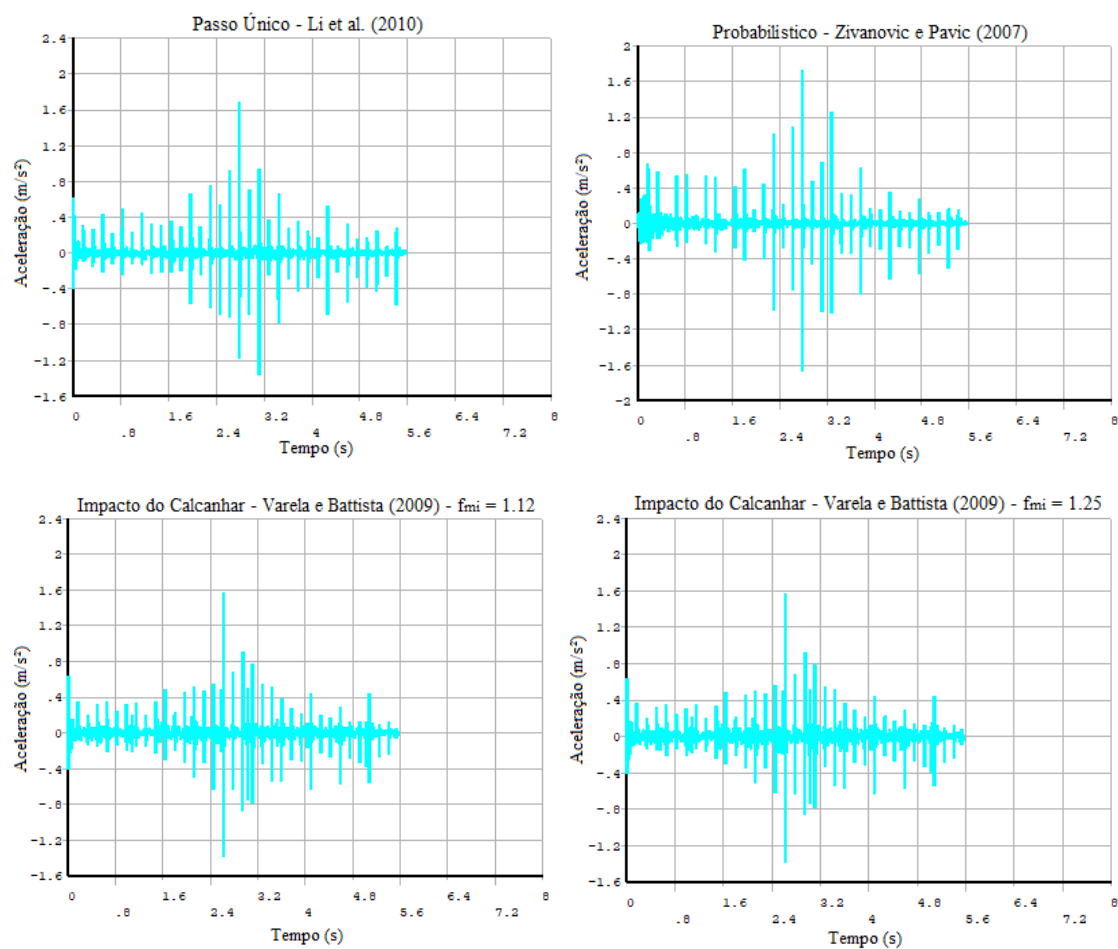
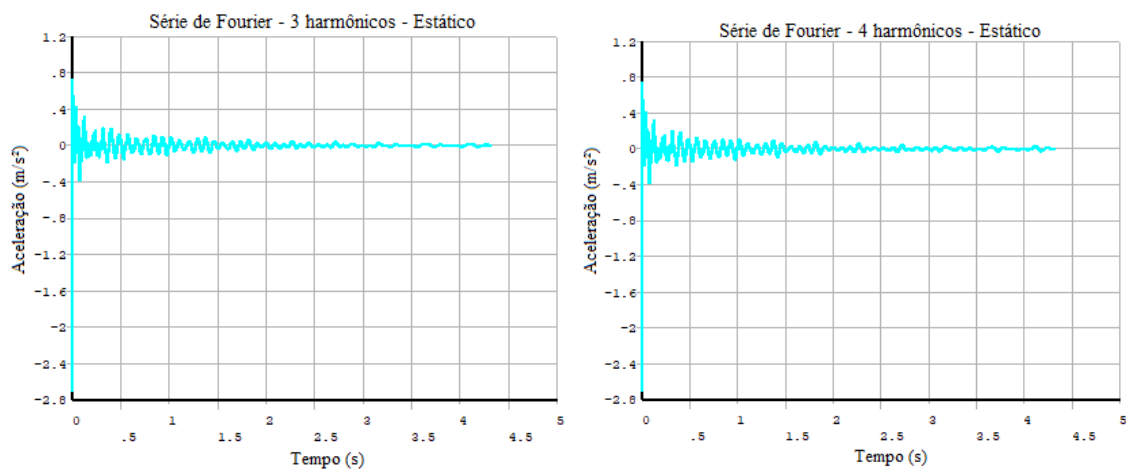
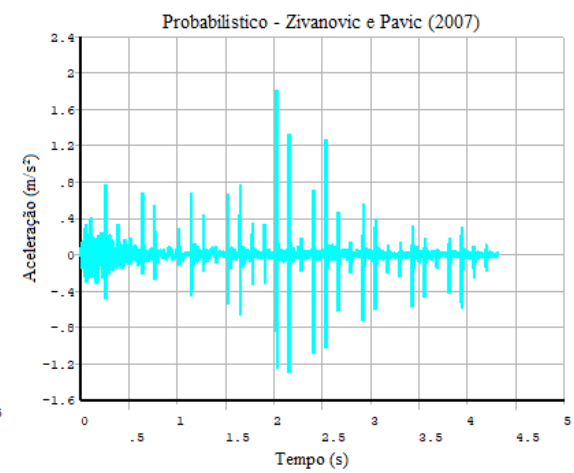
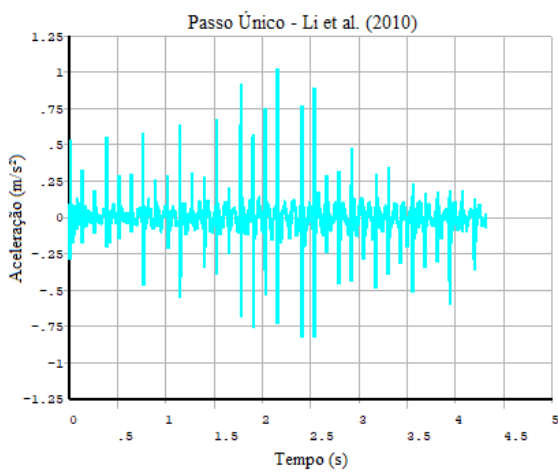
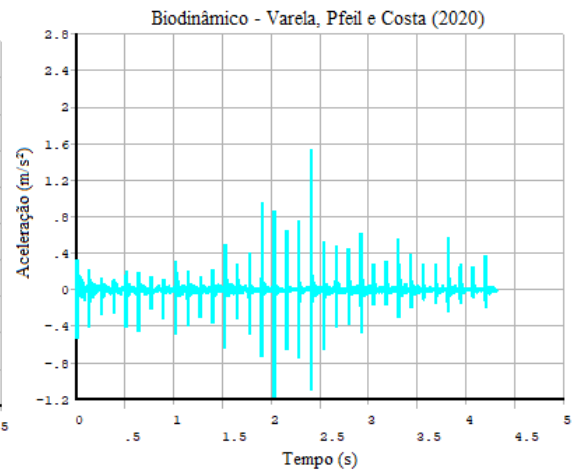
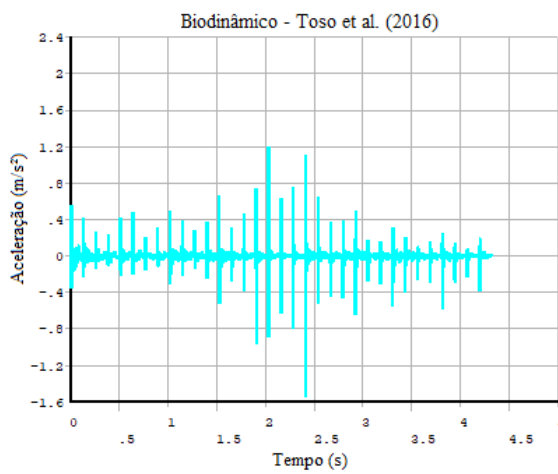
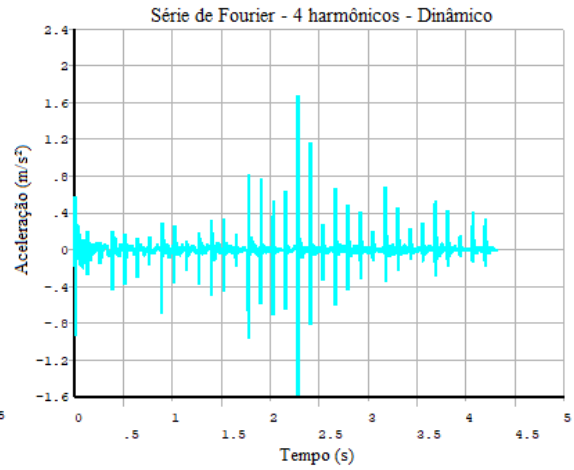
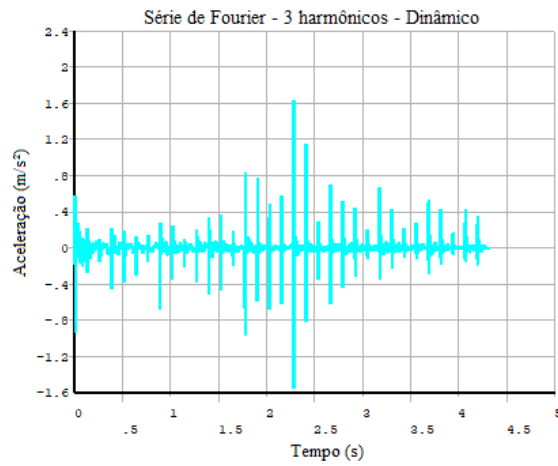


Figura 90 – Resultados da Sala 403:  $f_s = 2,17$  Hz





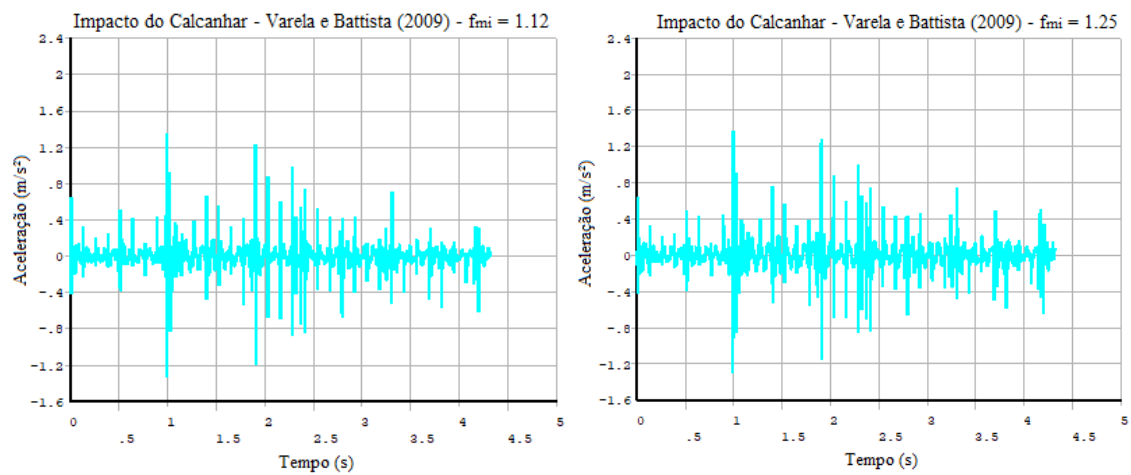
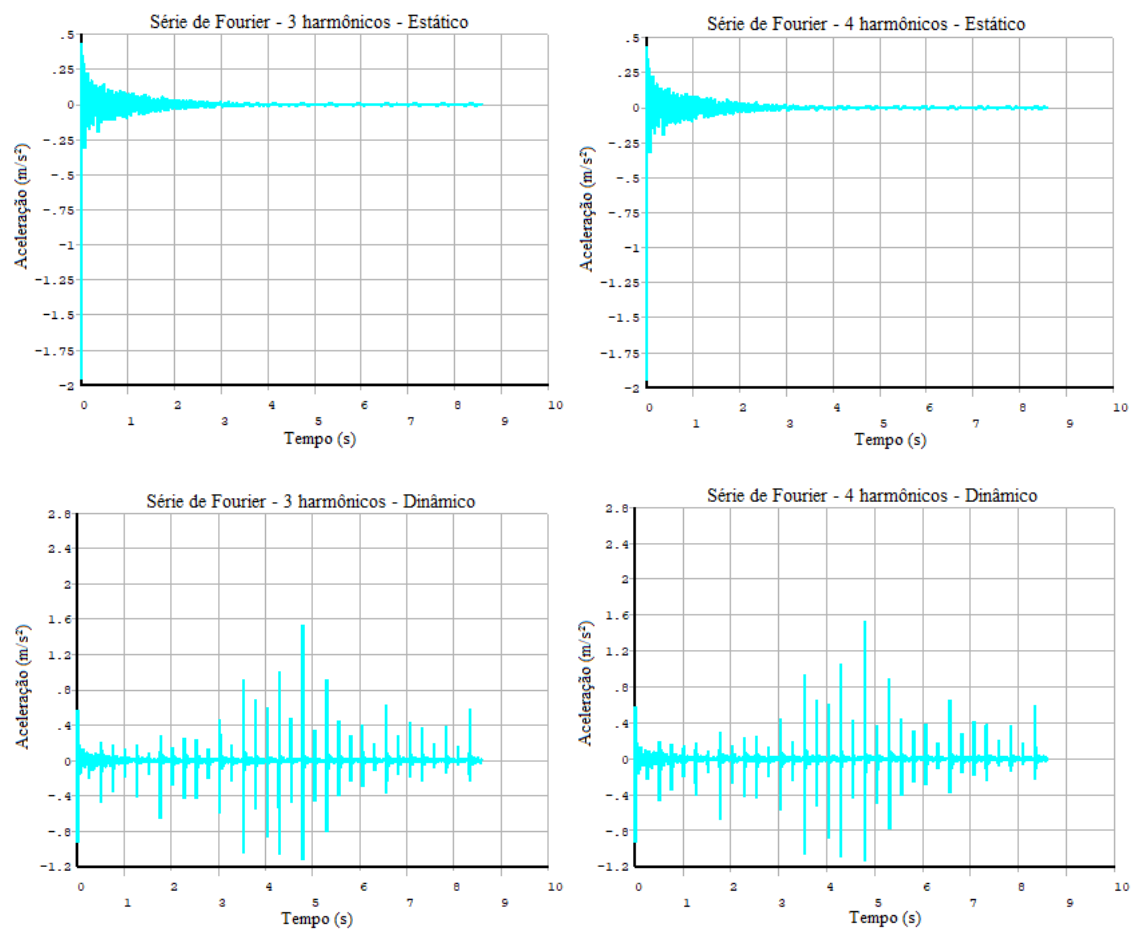


Figura 91 – Resultados da Sala 405:  $f_s = 1,67$  Hz



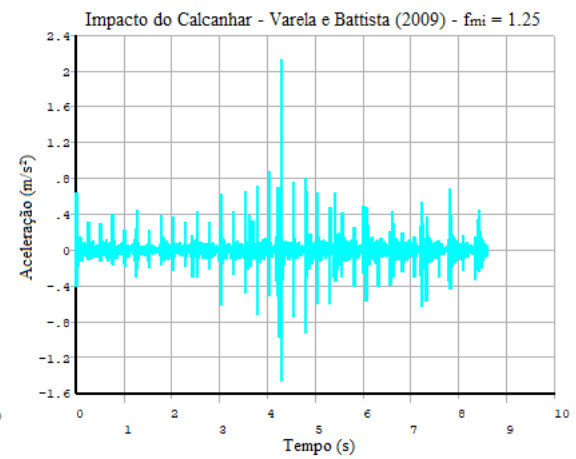
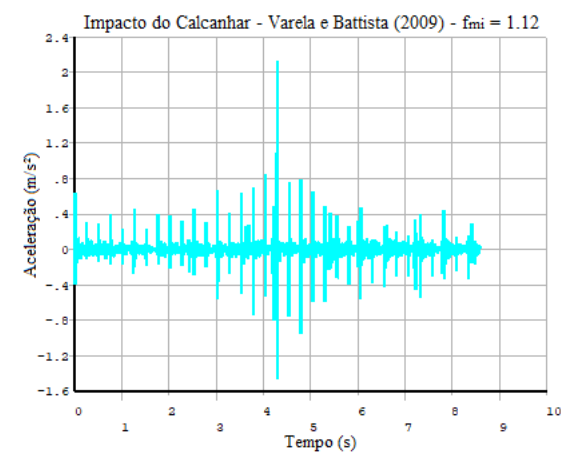
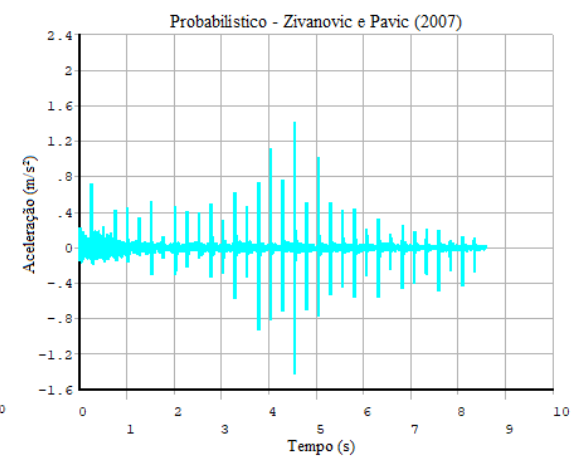
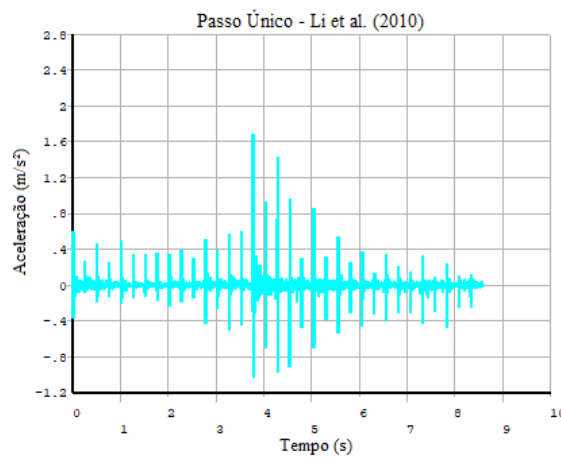
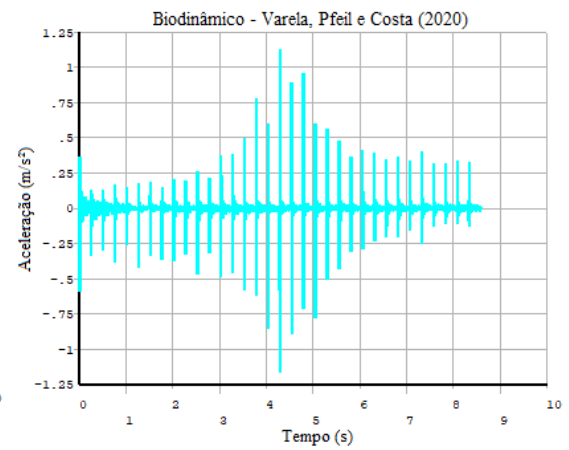
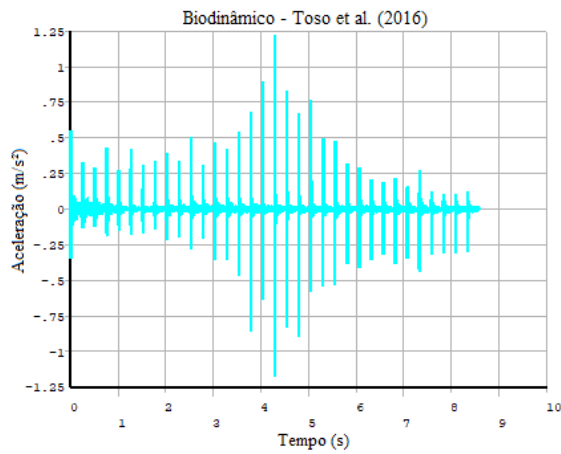
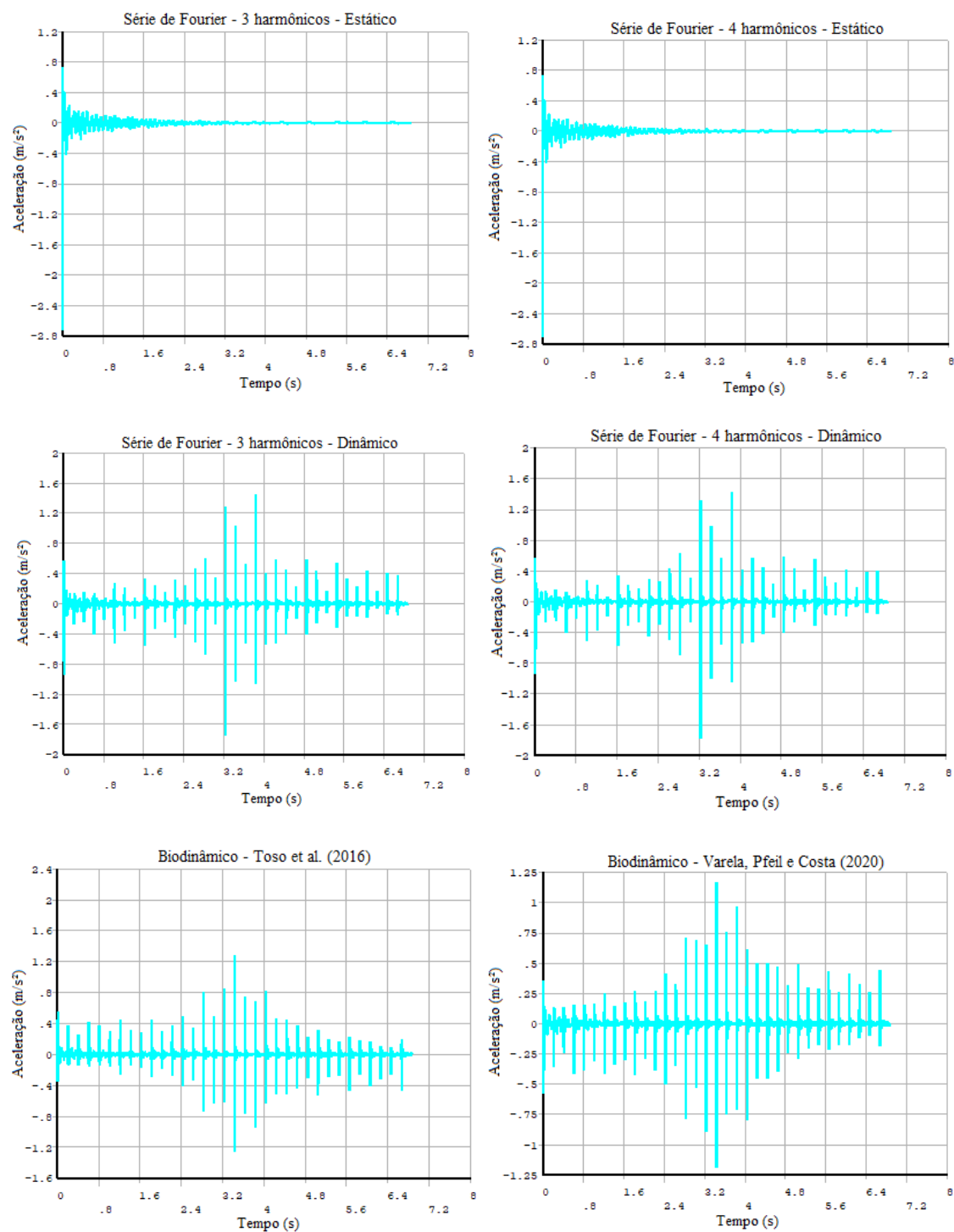


Figura 92 – Resultados da Sala 405:  $f_s = 1,83$  Hz





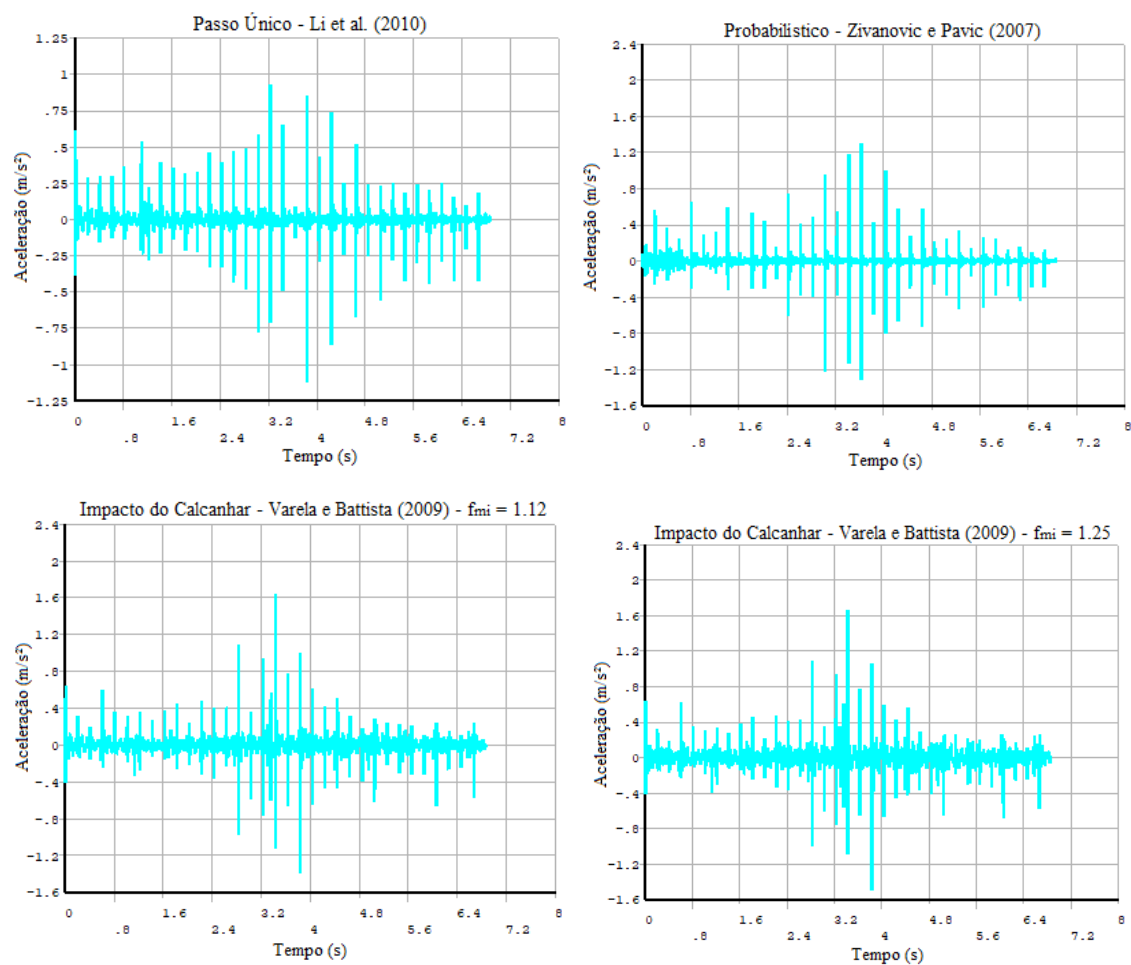
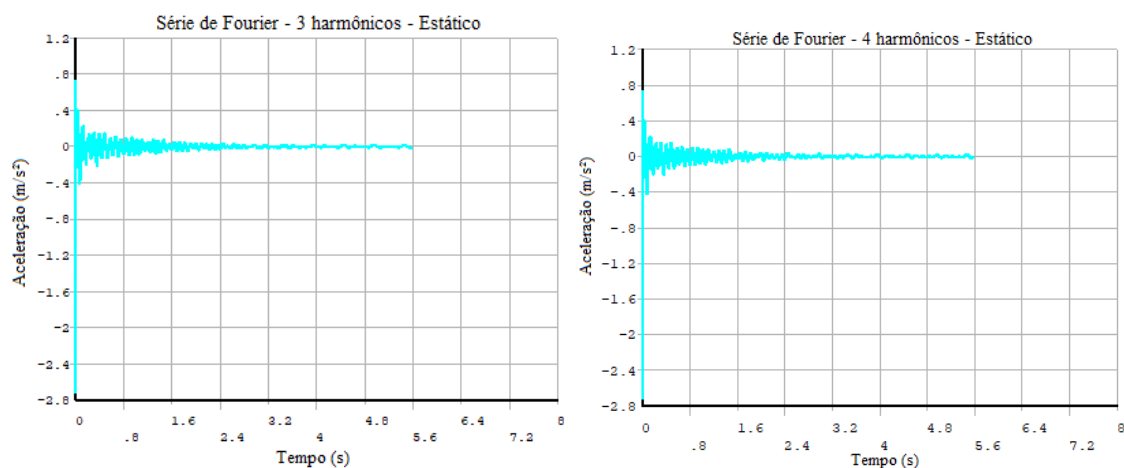
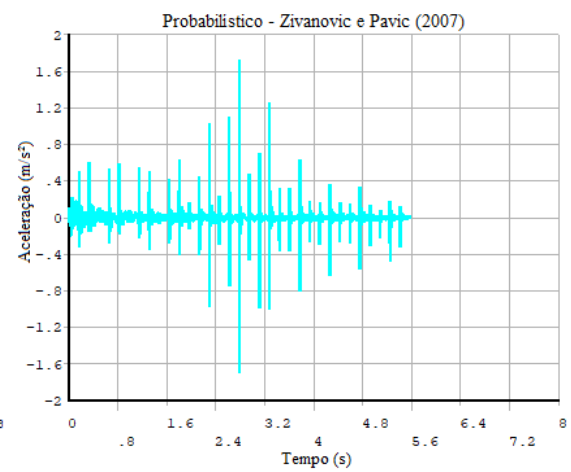
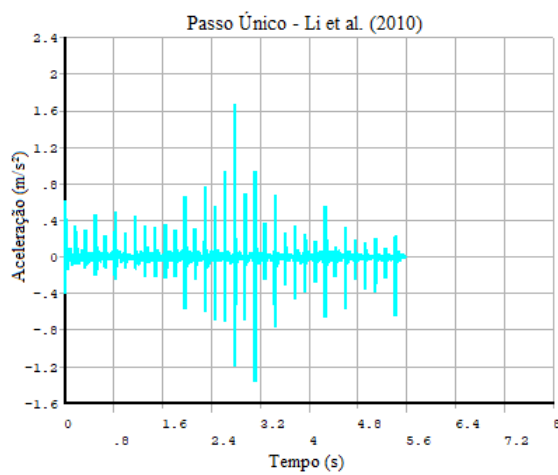
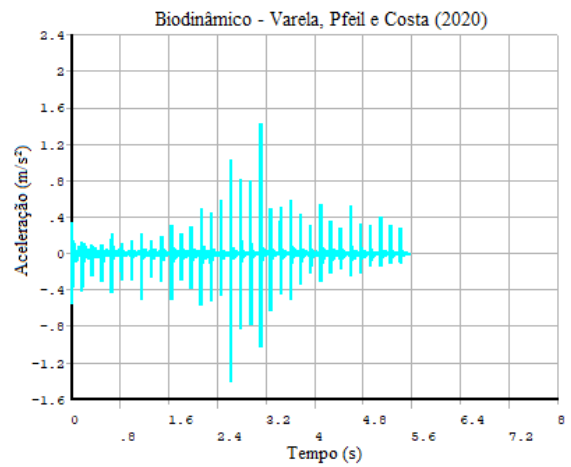
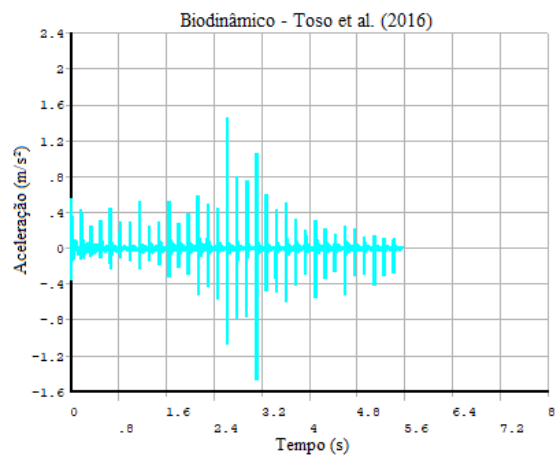
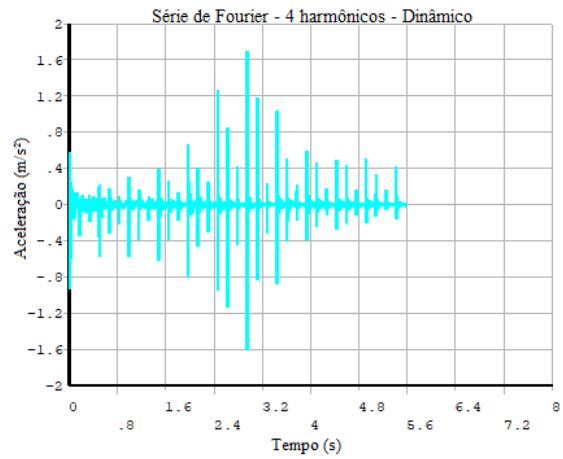
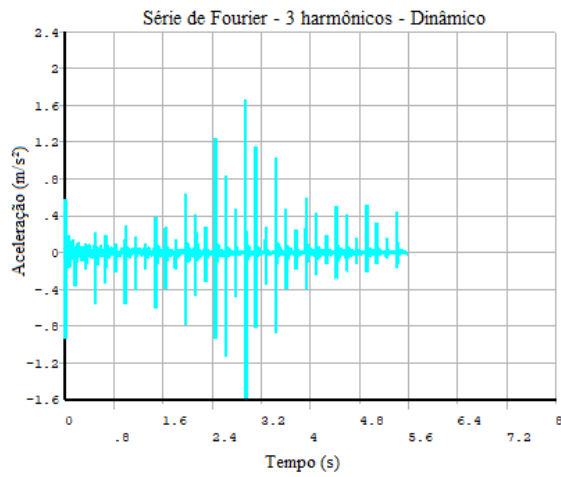


Figura 93 – Resultados da Sala 405:  $f_s = 2,00$  Hz





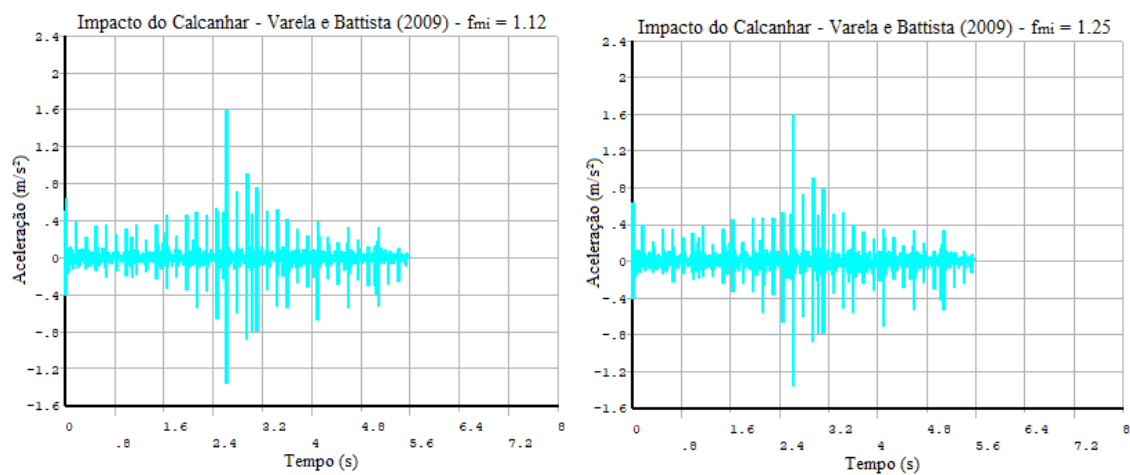
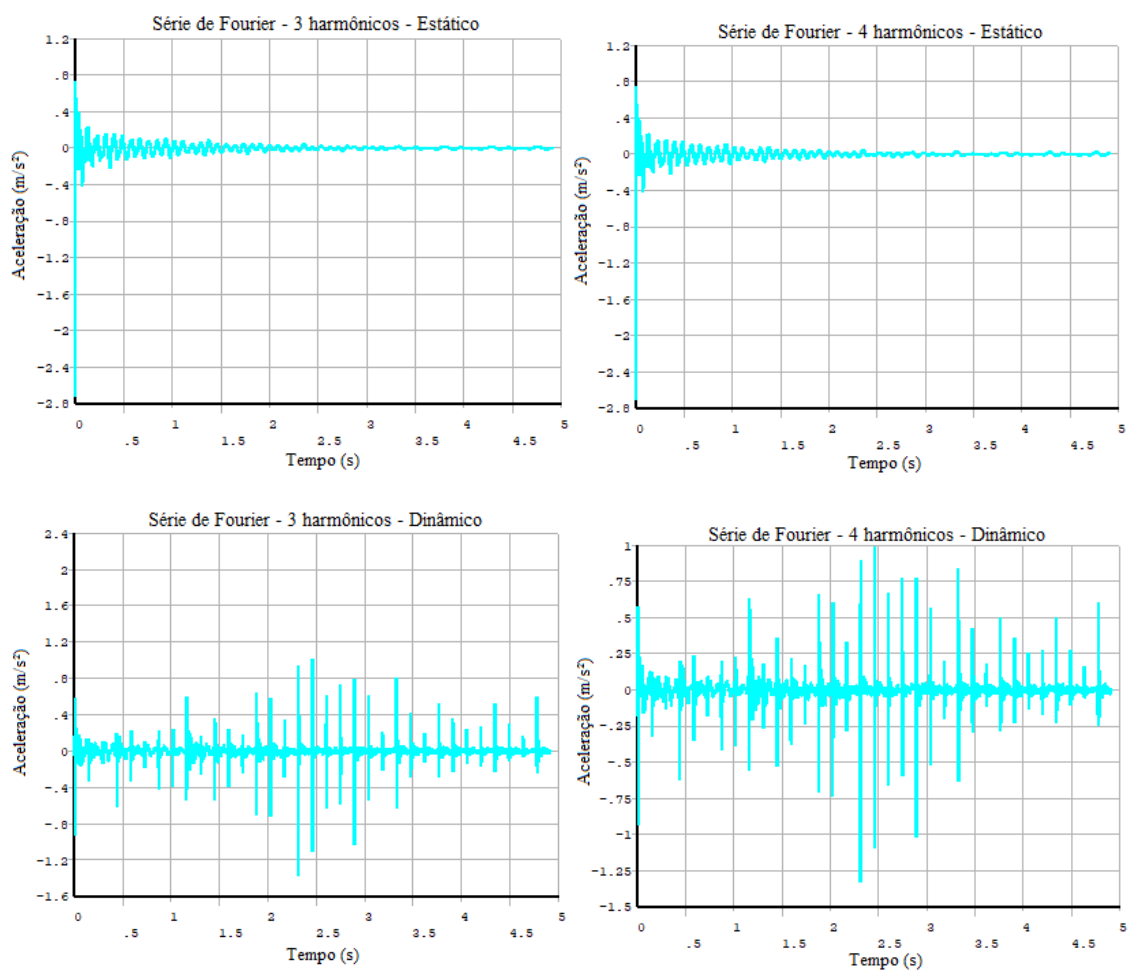


Figura 94 – Resultados da Sala 405:  $f_s = 2,08$  Hz



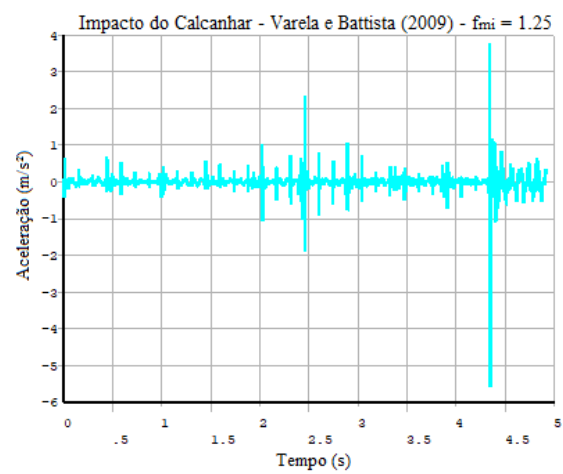
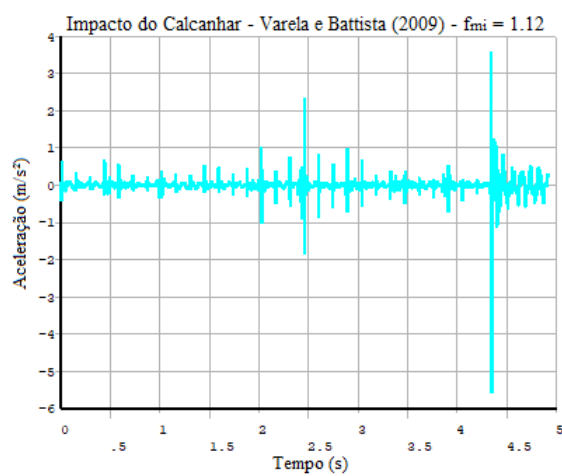
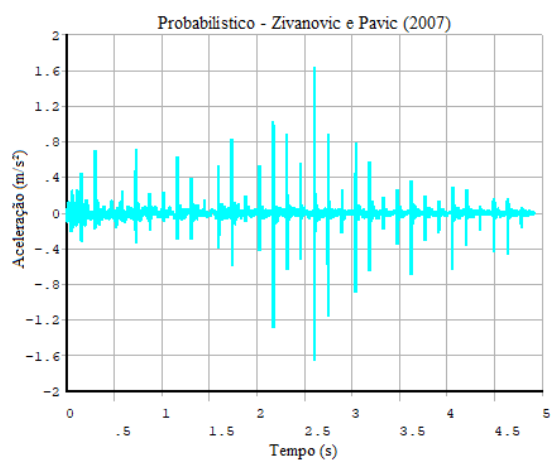
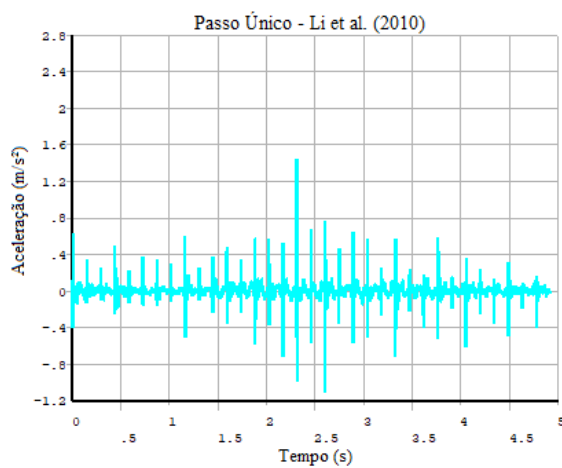
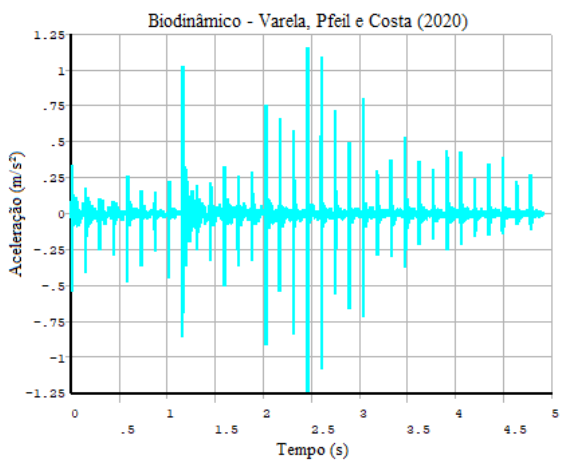
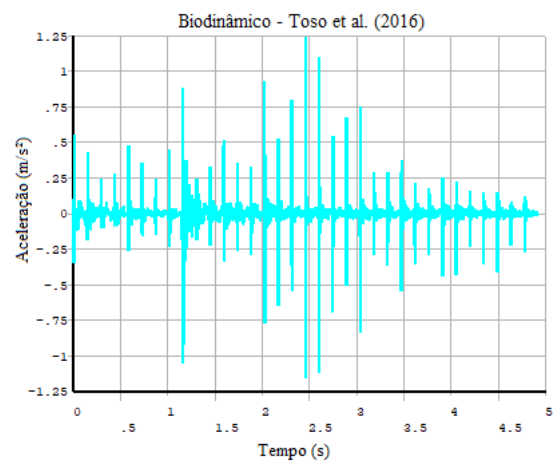


Figura 95 – Resultados da Sala 405:  $f_s = 2,17$  Hz